

IMPULSO y CANT. MOV. -TRABAJO y ENERGÍA- COMPLEMENTARIOS:

1. Un cuerpo de **2 kg** tiene un desplazamiento $\Delta \mathbf{r} = (3\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$ m a lo largo de una recta. Durante el desplazamiento actúa sobre el cuerpo la fuerza constante: $\mathbf{F} = (2\mathbf{i} - 1\mathbf{j})$ N: (a) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza durante este desplazamiento?; (b) Determinar la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento. (Rta: a) $W_F = 3\text{J}$; b) $F_r = 0.7\text{N}$).
2. Un móvil de masa **m = 50 kg** se mueve con velocidad de módulo **40 m/s** y se detiene por la acción de una fuerza de frenado constante que actúa en la dirección del movimiento durante **10 s**; a) ¿Cuál es el módulo de la fuerza?; b) ¿Qué distancia recorrió el móvil en los 10 s?. [R: a) $F = 200\text{ N}$ b) $d = 200\text{ m}$]
3. Si la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo no realiza ningún trabajo, el cuerpo ¿necesariamente se está moviendo sobre una recta?. Explicar.
4. Un plano inclinado permite efectuar el trabajo para elevar un cuerpo mediante una fuerza menor que en un desplazamiento vertical pero el trabajo, resulta en general algo mayor. Justifique si tal afirmación es verdadera o falsa.

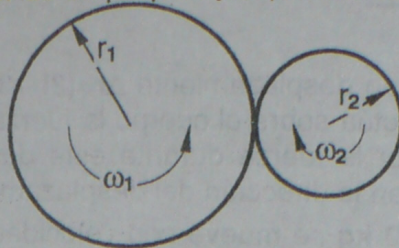
Procedimiento Ejercicios 19 y 20.

$$\left(\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} \times 80^\circ \right) / 2 \cdot \pi = 6.4 \text{ rad}$$

Ver ejemplo Hidrostática

UNIDAD 6: Cinemática del Rígido

1. Dos discos están en contacto en la forma indicada por la figura. Cada uno de ellos puede rotar libremente alrededor de su propio eje, que está fijo. Determinar la relación



entre sus velocidades angulares si no existe resbalamiento entre ellos. [Rta.: $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$]

2. El anillo de la figura tiene un diámetro interno de **0,12 m** y se apoya en un cilindro de



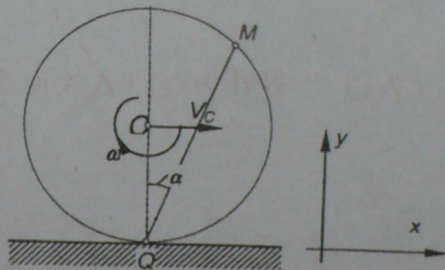
0,04 m de diámetro que gira con velocidad angular constante de **30 rad/s**. Si no hay deslizamiento entre el anillo y el cilindro, calcular la velocidad angular del anillo.

[Rta.: $\omega_A = 10 \text{ s}^{-1}$]

3. El velocímetro de una bicicleta da una lectura directamente proporcional a la velocidad angular de la rueda. Si está calibrado para una rueda de **72 cm** de diámetro y se instala en una bicicleta con una rueda de **62 cm** de diámetro, determinar si estará equivocada la velocidad lineal que marca y de ser así, en qué cantidad. [Rta. La lectura tendrá un error por exceso $\Delta v = 0,16 \cdot v$]

4. Un helicóptero se mueve horizontalmente a **216 km/h**. Si las aspas principales giran a **180 r.p.m.** en el sentido de las agujas del reloj, determinar la posición del eje instantáneo de rotación. [Rta.: $r_{EIR} = 3,18 \text{ m}$]

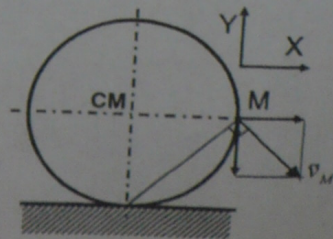
5. Hallar la velocidad del punto 'M' (s/ figura) de la superficie de un cilindro que rueda sin



resbalar sobre un plano horizontal. Los datos son: la velocidad del **CM** del cilindro ' v_{CM} ' y el ángulo ' α '. [Rta.: $\vec{v} = 2 \cdot v_C \cdot \cos \alpha \cdot (\cos \alpha \cdot \hat{i} - \sin \alpha \cdot \hat{j})$,

$$|\vec{v}_C| = 2 \cdot v_C \cdot \cos \alpha]$$

6. Un cilindro homogéneo rueda sin resbalar sobre un piso horizontal. Si la velocidad de su C.M. es de **1 m/s**, hallar la velocidad instantánea de un punto de la periferia a la altura

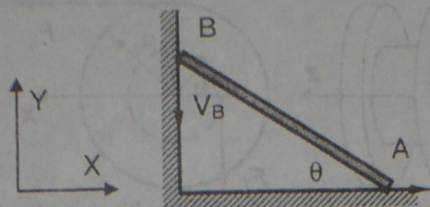


GUÍA DE PROBLEMAS DE FÍSICA I - Segundo Cuatrimestre

2

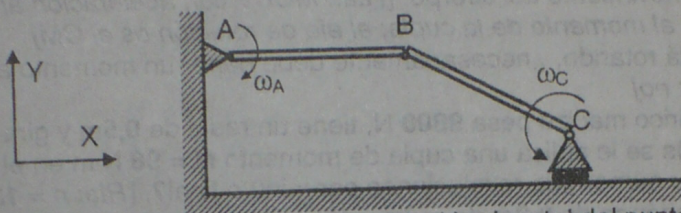
del C.M., indicando además su dirección y sentido en un esquema. $\vec{v} = (\hat{i} - \hat{j}) \frac{m}{s}$

7. La barra de 2 m de largo apoyada como muestra la figura se desliza, siendo la veloci-



dad del extremo A de 3 m/s cuando el ángulo θ es de 30° . Calcular: a) la posición del eje instantáneo de rotación b) la velocidad del extremo B. [Rta.: a) EIR $\equiv (1,73 \text{ m}; 1 \text{ m})$; b) $v_B = 5,19 \text{ m/s}$]

8. La barra AB gira con velocidad angular de 10 rad/s como se indica en la figura. Calcu-

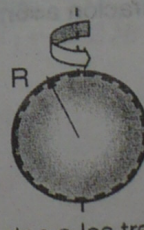
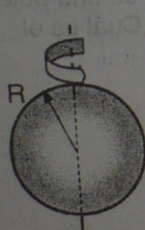
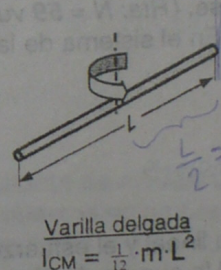
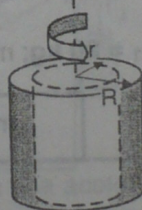
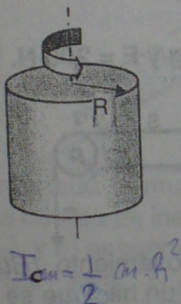
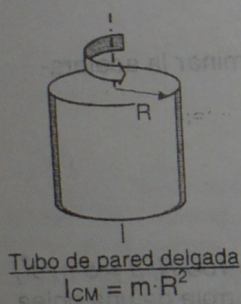


lar la velocidad angular de la barra BC y la velocidad horizontal del punto C.

$AB = 0,4 \text{ m}$, $BC = 0,8 \text{ m}$, $\alpha = 53^\circ$; $\omega_A = 10 \text{ s}^{-1}$. [Rta.: $\omega_C = 8,33 \frac{1}{s} \hat{k}$, $v_C = 5,33 \frac{m}{s} \hat{i}$]

UNIDAD 7: Dinámica del Rígido

Momentos de inercia de algunos rígidos



NOTA: Obsérvese que en las expresiones correspondientes a los tres cuerpos cilíndricos mostrados arriba no aparece la longitud de los mismos

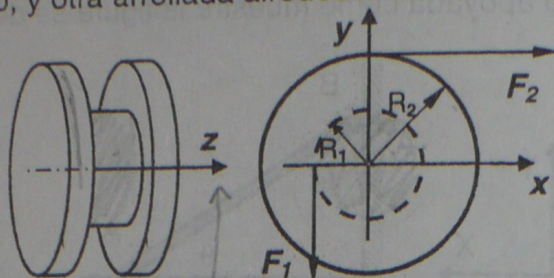
Problemas con variación del momento

1. Cuando se define el momento de una fuerza $\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}$, ¿ \vec{r} es el brazo de palanca? Explique utilizando un esquema. [Rta.: no; $d = r \sin \theta$]

20/02/08

GUÍA DE PROBLEMAS DE FISICA I -Segundo Cuatrimestre

2. Un carretel de una sola pieza tiene la forma indicada en la figura, y tiene la libertad de girar alrededor de su eje. Una cuerda arrollada alrededor del tambor de radio R_1 ejerce una fuerza F_1 hacia abajo, y otra arrollada alrededor del núcleo, de radio R_2 , hacia la de-



recha. ¿Cuál es el momento neto que actúa sobre el cilindro alrededor del eje de rotación.

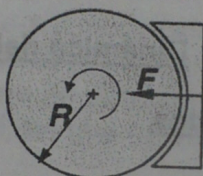
[Rta.: $\vec{M} = (F_1 \cdot R_1 - F_2 \cdot R_2) \hat{k}$]

3. Sobre un cuerpo rígido inicialmente en reposo comienzan a actuar dos fuerzas de igual módulo, paralelas y de sentido contrario. Describa cualitativamente cuáles son las características del movimiento del cuerpo. [Rta.: *MCUV con aceleración angular directamente proporcional al momento de la cupla; el eje de rotación es el CM*]

4. Si un cuerpo está rotando, ¿necesariamente debe haber un momento aplicado sobre él?. Justifique [Rta.: *no*]

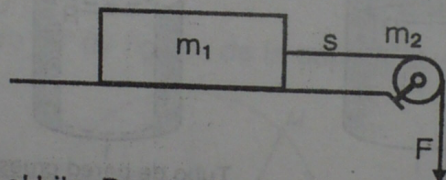
5. Un volante cilindrico macizo pesa **9800 N**, tiene un radio de **0,5m** y gira a razón de **60 r.p.m.** Si durante **10s** se le aplica una cupla de momento **$M = 98 \text{ N}\cdot\text{m}$** en el sentido de rotación, ¿Cuál será su número de revoluciones por minuto final?. [Rta.: *$n = 135 \text{ rpm}$*]

6. Un cilindro homogéneo de **0,3m** de radio y **10kg** de masa gira a **300r.p.m.** Mediante un freno de zapata se ejerce sobre el mismo una fuerza **$F = 10 \text{ N}$** en dirección radial. Si el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0,2$. Calcular el número de vueltas que gira hasta dete-



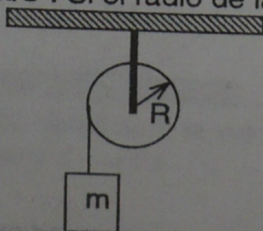
nerse. (Rta.: *$N = 59$ vueltas*).

7. En el sistema de la figura $m_1 = 20 \text{ kg}$; $m_2 = 40 \text{ kg}$ y $F = 200 \text{ N}$. Determinar la acelera-



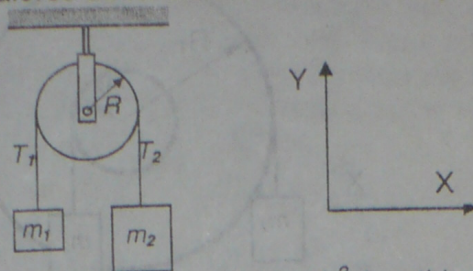
ción lineal y el esfuerzo s en el hilo. Despreciar el rozamiento. [Rta.: *$s = 100 \text{ N}$; $a = 5 \text{ m/s}^2$*]

8. Un cuerpo de **2kg** de masa cae, suspendido de un hilo que se desenrolla de una polea cilíndrica con una aceleración $a = 6 \text{ m/s}^2$. Si el radio de la polea es **$R = 0,20 \text{ m}$** . ¿Cuál es el



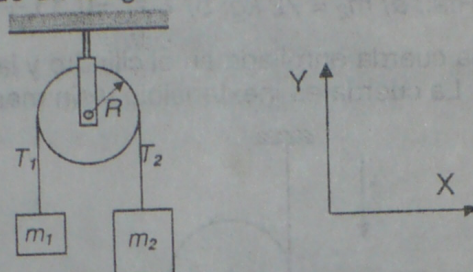
valor del momento de inercia de la misma?. [Rta.: *$I = 50,6 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$*]

9. Para el sistema mostrado en la figura calcular, despreciando el rozamiento: a) la aceleración del sistema; b) los valores de tensión de la cuerda T_1 y T_2 . Los datos son: $m_1 = 80$ kg, $m_2 = 150$ kg, $m_{\text{polea}} = 50$ kg. [Rta.: $a = 2,69 \text{ m/s}^2$ (sentido horario); $T_1 = 1999 \text{ N}$; $T_2 = 1067 \text{ N}$]



kg, $m_2 = 150$ kg, $m_{\text{polea}} = 50$ kg. [Rta.: $a = 2,69 \text{ m/s}^2$ (sentido horario); $T_1 = 1999 \text{ N}$; $T_2 = 1067 \text{ N}$]

10. Para el sistema mostrado en la figura hallar, despreciando el rozamiento, la expresión del módulo de la aceleración del sistema. Los datos son: m_1 , m_2 , m_{polea} , g .



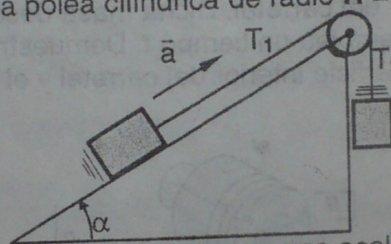
del módulo de la aceleración del sistema. Los datos son: m_1 , m_2 , m_{polea} , g .

[Rta.: $\bar{a} = \frac{(m_2 - m_1) \cdot g}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m_p}$]

11. Los bloques mostrados en la figura están unidos entre sí por una cuerda de masa despreciable que pasa por una polea cilíndrica de radio $R = 0,25 \text{ m}$ y momento de inercia

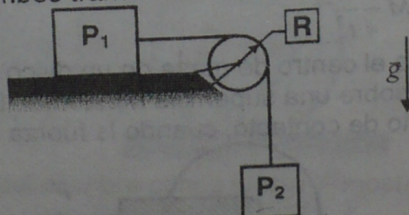
CUADRO NO

$I = 0,22$



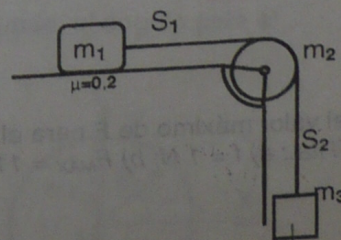
1. El bloque sobre el plano inclinado se mueve con una aceleración constante de módulo $a = 2 \text{ m/s}^2$. Suponiendo que la cuerda es inextensible: a) determine los esfuerzos en ambos tramos de la cuerda (T_1 y T_2), y b) encuentre el momento de inercia de la polea si $m_1 = m_2 = 10 \text{ kg}$, y $\alpha = 30^\circ$. [Rta.: $I = 0,31 \text{ kgm}^2$; $T_1 = 68,6 \text{ N}$; $T_2 = 78,4 \text{ N}$]

12. La aceleración lineal en el sistema de la figura es $a = 3 \text{ m/s}^2$. Si $P_1 = 40 \text{ N}$ y $P_2 = 80 \text{ N}$, determinar los esfuerzos en ambos tramos del hilo. [Rta.: $T_1 = 12,2 \text{ N}$; $T_2 = 55,5 \text{ N}$]
(SON DE DINÁMICA!)



13. La aceleración lineal en el sistema de la figura es $a = 2 \text{ m/s}^2$. Si $m_1 = 3 \text{ kg}$ y $m_3 = 6 \text{ kg}$ determinar los esfuerzos en ambos tramos de la cuerda. Suponer $g = 10 \text{ m/s}^2$. El coeficiente de rozamiento entre m_1 y el plano es $\mu = 0,2$. [Rta.: $s_1 = 11,9 \text{ N}$; $s_2 = 46,8 \text{ N}$]

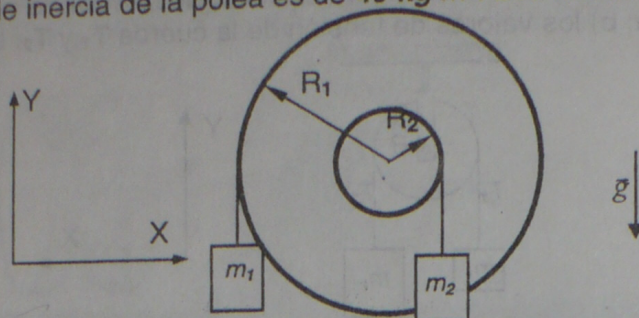
(ES DE DINÁMICA)



20/02/08

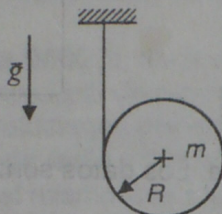
GUÍA DE PROBLEMAS DE FÍSICA I – Segundo Cuatrimestre

14. Dos masas cuelgan de dos cuerdas unidas a una polea doble capaz de girar alrededor de su eje. El momento de inercia de la polea es de $40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Los radios son $R_1 = 1,2 \text{ m}$ y



$R_2 = 0,4 \text{ m}$. a)- Si $m_1 = 24 \text{ kg}$, calcular el valor de m_2 para que el sistema esté en equilibrio. b)- Si a la masa m_2 se le agregan 12 kg , calcular la aceleración angular de la polea y la tensión en las cuerdas. [Rta.: a) $m_2 = 72 \text{ kg}$; b) $\epsilon = -0,53 \frac{1}{s^2} \hat{k}$, $T_1 = 250 \text{ N}$, $T_2 = 805 \text{ N}$]

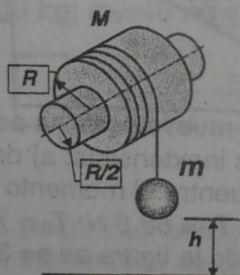
15. Calcular el esfuerzo en la cuerda enrollada en el cilindro y la aceleración de éste cuando cae como un yo-yo. La cuerda es inextensible y sin masa; el cilindro es homogé-



neo, de 5 kg de masa. [Rta.: $T = 16,3 \text{ N}$; $a = 6,53 \text{ m/s}^2$]

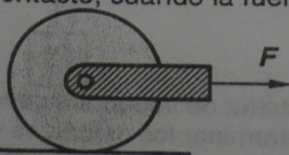
16. Un carretel cilíndrico hueco y uniforme tiene radio interior $R/2$, radio exterior R y masa M . Está montado sobre un eje horizontal fijo. La masa m está conectada al extremo de una cuerda arrollada alrededor del carretel. Dicha masa descende, a partir del reposo, desde una altura h y para ello emplea un tiempo t . Demuestre que el momento de las fuerzas de fricción entre la superficie interior del carretel y el eje está dado por la expresi-

(Hecho en Cuadrado de Particular)



$$\text{si6n: } M_f = R \left[m \cdot g - m \frac{2h}{t^2} - M \frac{5h}{4t^2} \right]$$

17. Una fuerza F actúa sobre el centro de masa de un disco uniforme de masa $M = 2 \text{ kg}$ y radio $R = 30 \text{ cm}$ que rueda sobre una superficie horizontal. Determinar: a) La fuerza de fricción que actúa en el punto de contacto, cuando la fuerza F aplicada es de 3 Newton ; b)



el valor máximo de F para el cual el disco pueda rodar sin resbalar, considerando $\mu = 0,2$. [Rta.: a) $f = 1 \text{ N}$; b) $F_{\text{MAX}} = 11,76 \text{ N}$]

20/02/08

GUÍA DE PROBLEMAS DE FÍSICA I – Segundo Cuatrimestre

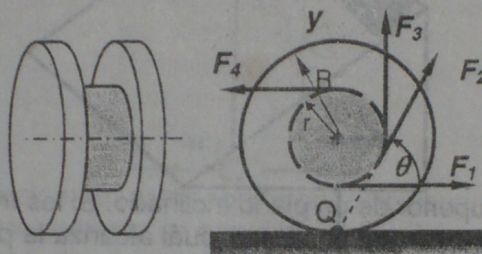
6

18. ¿Porqué al cambiar el eje de rotación de un cuerpo, en general debe considerarse otro valor de su momento de inercia?. Justifique (puede dar un ejemplo).
19. Un cilindro homogéneo de radio $R = 10 \text{ cm}$ se encuentra apoyado y en reposo sobre un plano horizontal sin rozamiento. Se desea hacerlo rodar sin resbalar sobre el plano. ¿a



qué altura, medida desde el CM, se debe aplicar la fuerza?. (Rta.: $y = 5 \text{ cm}$)

20. La figura muestra un carretel para alambre que puede rodar sin deslizar sobre la superficie horizontal indicada. Se puede tirar del alambre en las direcciones indicadas por



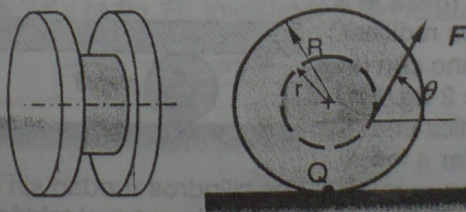
medio de las fuerzas F_1 , F_2 , F_3 y F_4 . Se conocen las masas de los cilindros que componen el carretel, y los radios del cilindro interno r , y del cilindro externo R . Encuentre el sentido y el módulo de la aceleración del CM del carretel para cada una de las fuerzas aplicadas.

[Rta.: $F_1 \rightarrow a_{CM} = \frac{F_1 \cdot (R-r) \cdot R}{I_Q}$ sentido horario; $F_2 \rightarrow$ no rueda; $F_3 \rightarrow a_{CM} = \frac{F_3 \cdot r \cdot R}{I_Q}$ sentido

antihorario; $F_4 \rightarrow a_{CM} = \frac{F_4 \cdot (R+r) \cdot R}{I_Q}$ sentido antihorario. En todos los casos se ha supuesto

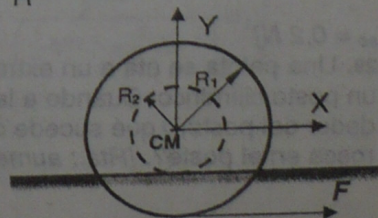
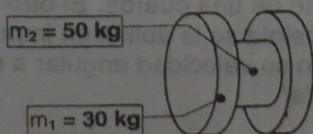
que los valores de F_n se encuentra dentro de los límites que conservan la rodadura]

21. La figura muestra un carretel para alambre que puede rodar sin deslizar sobre la superficie horizontal indicada. El ángulo entre la fuerza aplicada y una línea horizontal puede



variar. Demuestre que si se tira del alambre con la fuerza F mostrada, el ángulo para el cual el carretel permanece en reposo está dado por $\cos \theta = \frac{r}{R}$.

22. El carretel de la figura está formado por dos discos de masa $m_1 = 30 \text{ kg}$ cada uno con radio $R_1 = 1 \text{ m}$, y un cilindro de masa $m_2 = 50 \text{ kg}$ con radio $R_2 = 0,5 \text{ m}$, formando



20/02/08

GUÍA DE PROBLEMAS DE FÍSICA I – Segundo Cuatrimestre

7

20/02

30.
0.

una sola pieza. Si se aplica al sistema formado una fuerza horizontal $F = 70 \text{ N}$, hallar el valor numérico y el sentido de la aceleración, sabiendo que el cuerpo rueda sin deslizar sobre la superficie horizontal rugosa de la figura. (Rta.: $a = 0,275 \frac{m}{s^2} \hat{i}$)

23. Si una esfera rueda sin resbalar por un plano inclinado, su movimiento es el resultado de la superposición de un MRUV del CM más un MCUV de la esfera alrededor del CM. Si el primero lo produce una fuerza aplicada al CM, ¿Qué fuerza produce el segundo? [Rta.: la de rozamiento]

24. Se tienen dos cilindros de igual diámetro y masa, uno de ellos hueco. Si se dejan caer desde la misma altura por un plano inclinado, ¿cuál de los dos llega antes al pie del plano? Justifique. [Rta.: el cilindro macizo]

25. Tres objetos de densidad uniforme, un cilindro hueco, otro macizo y una esfera maci-

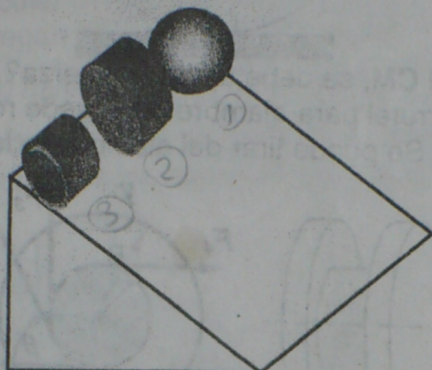
VER BIEN

(SOLUCION TOMARLO EN EL PARCIAL.)

PONER VALORES

$$m_1 = m_2 = m_3$$

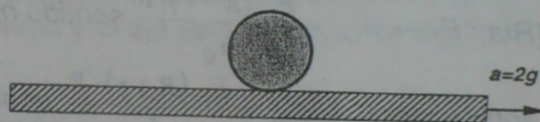
$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$$



za, se colocan en la parte superior de un plano inclinado. Si los tres se sueltan desde el reposo a la misma altura y ruedan sin deslizar, ¿cuál alcanza la parte inferior primero?, ¿cuál llega último? Justificar. [Rta.: 1º la esfera; último el cilindro hueco]

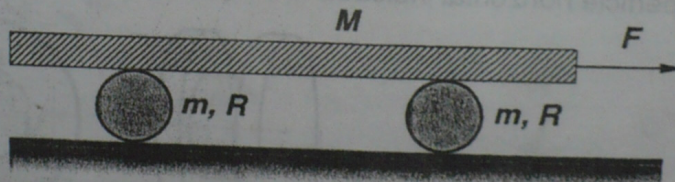
26. Para que un cilindro pueda rodar sin resbalar por un plano inclinado en un ángulo α , es necesario que exista rozamiento entre ambas superficies. ¿Qué valor mínimo debe tener el coeficiente de fricción? [Rta.: $\mu_{M/N} = \frac{1}{3} \tan \alpha$]

27. Se le aplica una aceleración $a = 2 \cdot g$ hacia la derecha a la plataforma que soporta al cilindro de masa m y radio R . Calcular: a) el mínimo valor del coeficiente de rozamiento que impida el deslizamiento; b) la aceleración angular del cilindro si el coeficiente de rozamiento es: 1) $\frac{1}{2}$;



2) $\frac{4}{5}$. [Rta.: a) $\mu_{min} = \frac{2}{3}$; b) $\alpha_1 = \frac{g}{R}$; $\alpha_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{g}{R}$]

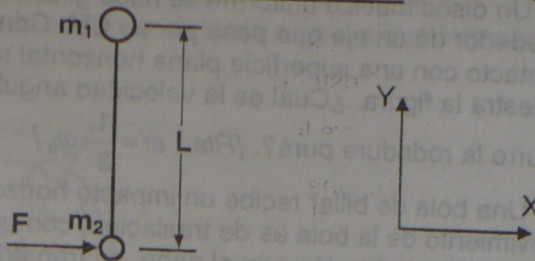
28. Un tablón que tiene una masa $M = 6 \text{ kg}$ se transporta sobre dos rodillos cilíndricos idénticos, cada uno con un radio $R = 5 \text{ cm}$ y masa $m = 2 \text{ kg}$. En el extremo del tablón se aplica una fuerza $F = 6 \text{ N}$, perpendicular a los ejes de los cilindros, que son paralelos. Los cilindros ruedan sin deslizar sobre una superficie plana horizontal. Tampoco hay deslizamiento entre el tablón y los rodillos. (a) Encuentra la aceleración del tablón y del CM de los rodillos; (b) ¿cuál es el valor de las fuerzas de fricción sobre los rodillos? [Rta.: a) $a_{tab} = 0,8 \frac{m}{s^2}$; $a_{rod} = 0,4 \frac{m}{s^2}$; b) $f_{tablón} = 0,6 \text{ N}$, f_{pi-}



$s_0 = 0,2 \text{ N}$

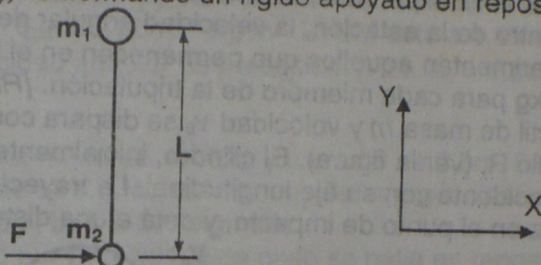
29. Una pelota se ata a un extremo de una cuerda. El otro extremo de la cuerda se fija a un poste cilíndrico. Cuando a la pelota se le aplica un impulso, esta comienza a girar alrededor del poste, ¿qué sucede con su velocidad angular a medida que la cuerda se enrolla en el poste? [Rta.: aumenta]

30. Dos masas puntuales $m_1 = 0,2 \text{ kg}$ y $m_2 = 0,1 \text{ kg}$ se encuentran vinculadas por una varilla inextensible y sin masa ($L = 0,5 \text{ m}$) conformando un rígido apoyado en reposo sobre una mesa horizontal y sin fricción. En estas condiciones, m_2 recibe un impacto producido por una fuerza F durante un breve intervalo. Si inmediatamente después de ello la masa



m_2 adquiere una velocidad $\vec{V} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{i}$, calcular a) la velocidad angular del cuerpo; b) la velocidad del CM del mismo. [Rta.: $\omega = 8 \text{ s}^{-1} \hat{k}$; $v_{\text{CM}} = 1,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$]

31. Dos masas puntuales m_1 y m_2 se encuentran vinculadas por una varilla inextensible y sin masa de longitud L (desconocida), conformando un rígido apoyado en reposo sobre



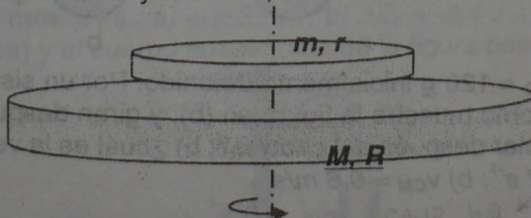
una mesa horizontal y sin fricción. En estas condiciones, reciben un impacto producido por una fuerza F (desconocida) durante un breve intervalo. Si inmediatamente después de ello la masa m_2 adquiere una velocidad $\vec{v} = |\vec{v}| \hat{i}$, hallar la expresión de la velocidad del

CM del sistema en función de los datos del problema. [Rta.: $v_{\text{CM}} = \frac{|\vec{v}_2|}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \hat{i}$]

32. Dos masas puntuales iguales están unidas por una barra inextensible y de masa despreciable. Se colocan sobre una mesa horizontal sin rozamiento. Demostrar que si sobre una de ellas se aplica un impulso I paralelo al plano, el sistema comenzará a rotar alrededor de un eje que pasa por la otra masa.

Conservación del momento

33. El disco superior de la figura, de masa ' m ' y radio ' r ', inicialmente en reposo, se deja caer sobre el inferior, de masa ' M ' y radio ' R ', inicialmente en rotación con velocidad angu-



lar ' ω_0 ', de modo que coinciden sus ejes. Suponiendo que no se aplican fuerzas externas, encontrar la velocidad angular resultante del conjunto.

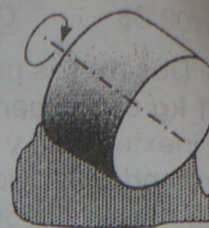
$$\text{Rta.} \therefore \omega = \left(\frac{\frac{1}{2}MR^2}{\frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}mr^2} \right) \omega_0$$

20/02/08

GUÍA DE PROBLEMAS DE FÍSICA I – Segundo Cuatrimestre

9

34. Un disco macizo uniforme se hace girar con una velocidad angular ω_0 alrededor de un eje que pasa por su **CM**. Con esa velocidad, se pone en contacto con una superficie plana horizontal rugosa y se suelta, como muestra la figura. ¿Cuál es la velocidad angular del disco una vez que

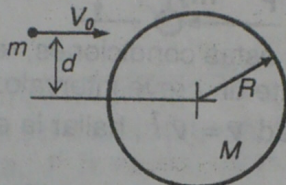


ocurre la rodadura pura?. [Rta.: $\omega = \frac{1}{3} \cdot \omega_0$]

35. Una bola de billar recibe un impacto horizontal. Inmediatamente después del golpe el movimiento de la bola es de traslación, con una velocidad horizontal v_{CM} . Dicho movimiento, debido a la fricción con el paño, se transforma en rodadura pura; ¿cuál es la velocidad final de traslación?. [Rta.: $v = \frac{5}{7} v_{CM}$]

36. Una estación espacial en forma de rueda tiene un radio de **100 m** y un momento de inercia de **$5 \cdot 10^8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$** . Una tripulación de **150** personas vive en el borde. La estación gira de manera que ellos experimentan una gravedad aparente igual a **g** . Si **100** personas se mueven al centro de la estación, la velocidad angular de rotación cambia. ¿Qué gravedad aparente experimentan aquellos que permanecen en el borde?. Suponga una masa promedio de **65 kg** para cada miembro de la tripulación. [Rta.: $g' = 12,3 \text{ m/s}^2$]

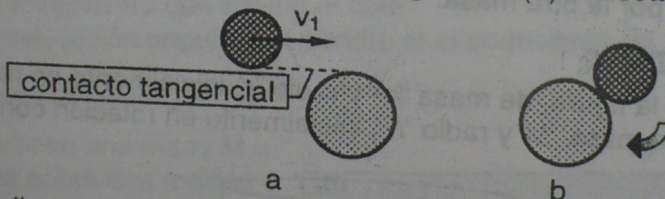
37. Un proyectil de masa m y velocidad v_0 se dispara contra un cilindro homogéneo de masa M y radio R , (ver la figura). El cilindro, inicialmente en reposo, está montado sobre un eje fijo coincidente con su eje longitudinal. La trayectoria del proyectil es perpendicular a la generatriz en el punto de impacto, y está a una distancia $d < R$ del eje de rotación del



cilindro. Encuentre la velocidad angular del sistema luego de que el proyectil hace impacto y se adhiere a la superficie. (considerar $m \ll M$)

$$\text{Rta.: } \omega = \frac{m \cdot v_0 \cdot d}{\frac{1}{2} M \cdot R^2 + m \cdot R^2}$$

38. Un disco de masa $m_1 = 80 \text{ g}$ y **4 cm** de radio se desliza a lo largo de una mesa de aire con una velocidad $v_1 = 1,5 \text{ m/s}$, como muestra la figura en (a). Choca con un segundo

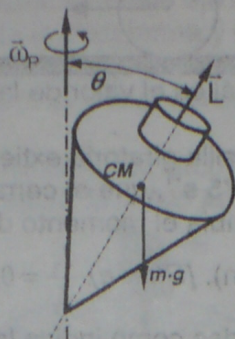


disco de **6 cm** de radio y $m_2 = 120 \text{ g}$ inicialmente detenido. Por un sistema de enganche los discos quedan unidos como muestra la figura en (b), y giran después del choque. a) ¿Cuál es su velocidad angular después del choque?; b) ¿cuál es la velocidad del **CM** del sistema?. [Rta.: a) $\omega = 9,57 \text{ s}^{-1}$; b) $v_{CM} = 0,6 \text{ m/s}$]

Movimiento de Precesión

39. Un giroscopio está formado por un disco de radio **$R = 48,7 \text{ cm}$** montado en el punto central de un eje de **12,2 cm** de longitud y **0,5 cm** de radio, de modo que pueda girar y precesar libremente. Su velocidad angular es de **$102,1 \text{ s}^{-1}$** . La masa del disco es de **1,14 kg** y la masa del eje es de **130 g**. Halle el tiempo requerido para una vuelta en su precesión si el eje está sujeto en un extremo y es horizontal. [Rta.: $T = 114 \text{ s}$]

40. Un trompo gira a razón de **28,6** vueltas cada segundo en torno a un eje que forma un



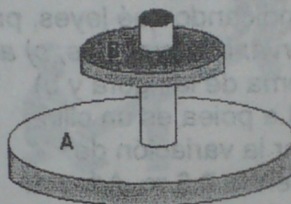
ángulo θ con la vertical. Su masa es de **492 g** y su momento de inercia con respecto a un eje que coincide con el longitudinal $I_{CM} = 5,12 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. El CM está a **3,88 cm** del punto de apoyo del trompo. Halle la velocidad angular de precesión. [Rta. $\omega_p = 2,03 \text{ s}^{-1}$]

Trabajo y Energía Mecánica

41. Una esfera homogénea tiene una masa de **1000 kg** y un radio de **0,5 m**. Si gira alrededor de un eje baricéntrico a razón de **36 r.p.m.**, calcular: a) Su energía cinética; b) Su momento cinético. Rta: a) **$E_c = 710 \text{ J}$** ; b) **$L = 377 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$** .

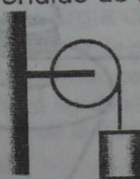
42. Un cilindro homogéneo de radio $r = 1 \text{ m}$ y **981 N** de peso se halla en reposo. Durante **10** vueltas se le aplica al mismo una cupla de momento **$M = 10 \text{ kgf} \cdot \text{m}$** . Determinar: a) La energía cinética del cilindro; b) Su velocidad angular. (Rta: a) **$E_c = 628,32 \text{ kgf} \cdot \text{m}$** ; b) $\omega = 15,69 \text{ s}^{-1}$).

43. Los discos A y B son del mismo material y tienen el mismo espesor; pueden rotar li-



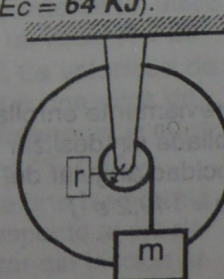
bremente alrededor del eje vertical. El disco B está en reposo cuando se deja caer sobre el disco A que rota a **400 rpm**. Sabiendo que la masa del disco A es **4 kg**, hallar: a) la velocidad angular final de los discos b) el cambio de energía cinética del sistema. Datos: **$R_A = 150 \text{ mm}$, $R_B = 100 \text{ mm}$** . [Rta.: a) $\omega = 35 \text{ s}^{-1}$; b) $\Delta E_c = -6,4 \text{ J}$]

44. La polea (cilíndrica) y el cuerpo suspendido de la figura pesan **196 N** cada uno. Si par-



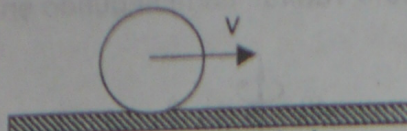
ten del reposo, hallar la energía cinética del sistema luego de **10 s**. (Rta: **$E_c = 64 \text{ KJ}$**).

45. Un cuerpo de masa **$m = 2 \text{ kg}$** (ver la figura) está unido a una cuerda muy liviana enrollada en el eje de un volante. El radio del eje es **$r = 4 \text{ cm}$** y se apoya en bujes sin fricción. Cuando se abandona partiendo del reposo, el cuerpo desciende **3 m** en **8 s**. a) Hallar el momento de inercia del sistema eje - cilindro. b) Hallar la energía cinética del sistema eje - cilindro en el instante **$t = 5 \text{ s}$** . [Rta.: a) **$0,338 \text{ kgm}^2$** ; b) **$E_c = 1,98 \text{ J}$**]



CONSULTAR C/ DIEGO OLIVERA.

46. Un cilindro homogéneo rueda sin resbalar sobre un plano. Si su peso es de $P = 1200\text{ N}$



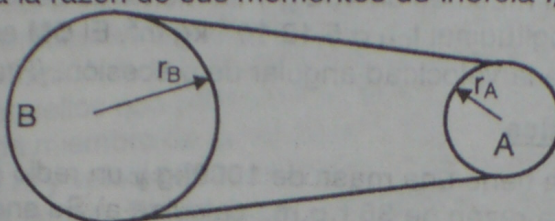
y la velocidad del eje $v = 10\text{ m/s}$; ¿cuál es el valor de la energía cinética total del cilindro?

[Rta: $E_c = 9183\text{ J}$].

47. Una persona sentada sobre una silla giratoria extiende sus brazos hacia sus laterales y rota con una rapidez angular de $0,75\text{ s}^{-1}$, que al cerrar los brazos se incrementa a $1,25\text{ s}^{-1}$. Determinar: a) En qué factor cambia el momento de inercia; b) En qué factor cambia

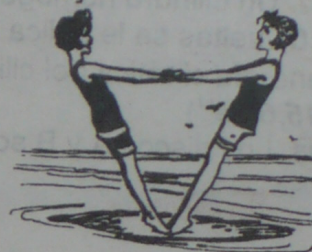
la energía cinética. (ignorar la fricción). [Rta.: a) $\frac{I_2}{I_1} = 0,6$; b) $\frac{E_{c2}}{E_{c1}} = 1,67$]

48. Dos ruedas A y B, están conectadas como indica la figura. El radio de B es tres veces el radio de A. ¿Cuál sería la razón de sus momentos de inercia I_A/I_B , si a) ambas ruedas

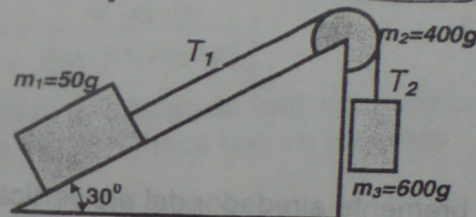


tienen iguales momentos angulares; b) Ambas ruedas tienen la misma energía de rotación. Suponga que las bandas no patinan. [Rta: a) $I_A/I_B = 1/3$; b) $I_A/I_B = 1/9$]

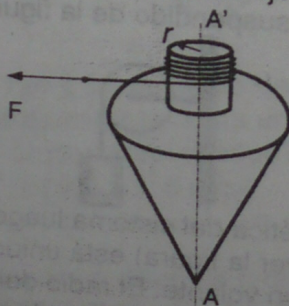
49. Las dos jóvenes de la figura están girando alrededor de un eje vertical, tomadas de la mano. Si se acercan una a otra su velocidad de rotación aumenta: a) ¿qué ocurre con el momento angular total del sistema?; b) ¿qué ocurre con el momento de inercia de ambas con respecto al eje de rotación?; c) ¿cómo varía la energía cinética?; justificar las respuestas indicando qué leyes, principios o teoremas aplica. [Rta.: a) se conserva; b) disminuye; c) aumenta]



50. a) Hallar la aceleración del sistema de la figura y b) los esfuerzos T_1 y T_2 en la cuerda. La polea es un cilindro homogéneo de radio R . c) Hallar la variación de energía mecánica cuando m_3 desciende $0,6\text{ m}$. Adoptar $g = 9,8\text{ m/s}^2$, el coeficiente de rozamiento entre m_1 y el plano es $\mu = 0,2$. [Rta.: a) $6,53\text{ m/s}^2$; b) $T_1 = 0,656\text{ N}$, $T_2 = 1,962\text{ N}$; $\Delta E_m = -0,051\text{ J}$].



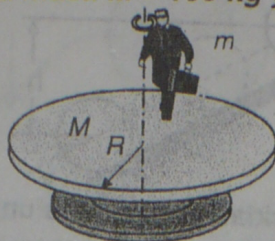
51. El trompo de la figura tiene un momento de inercia $I = 4 \cdot 10^{-4}\text{ kgm}^2$, y está inicialmente en reposo. Tiene la libertad de girar alrededor de un eje estacionario A-A'. Una cuerda



previamente enrollada alrededor de la cabeza que está sobre el eje del trompo es desenrollada sin deslizar aplicando sobre ella una fuerza constante $F = 5,57\text{ N}$. ¿Cuál es la velocidad angular del trompo después de que se han desenrollado 80 cm de cuerda? [Rta.: $\omega = 149,2\text{ s}^{-1}$]

52. Una plataforma gira alrededor de un eje vertical con una velocidad de $0,10 \text{ s}^{-1}$. El momento de inercia de la plataforma respecto a este eje es $1200 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Un hombre de 80 kg de masa se encuentra en el centro de la plataforma y comienza a caminar a lo largo de un radio. Calcular: a) la velocidad angular de la plataforma cuando el hombre se ha alejado 2 m del centro; b) La energía cinética inicial y final del sistema. [Rta.: a) $\omega = 0,0789 \text{ s}^{-1}$; b) $E_{C0} = 6 \text{ J}$, $E_{Cf} = 4,74 \text{ J}$]

53. Una plataforma horizontal en forma de disco circular gira alrededor de un eje vertical sin fricción. La plataforma tiene una masa $M = 100 \text{ kg}$ y un radio $R = 2 \text{ m}$. Un joven cuya



masa es $m = 60 \text{ kg}$ camina lentamente desde el borde de la plataforma hacia el centro. Si la velocidad angular del sistema es $\omega = 2 \text{ rad/s}$ cuando el joven está en el borde, a) calcule la velocidad angular cuando éste ha alcanzado un punto a $0,50 \text{ m}$ del eje de rotación; b) calcule los valores de la energía cinética de rotación inicial y final del sistema; c) explique de dónde sale el incremento de energía. [Rta.: a) $\omega_f = 4,1 \text{ rad/s}$; b) $E_{C0} = 880 \text{ J}$, $E_{Cf} = 1800 \text{ J}$].

54. Dos chicos de igual masa $m = 30 \text{ kg}$ están sentados en los respectivos extremos de



una barra horizontal que rota alrededor de su eje vertical con una velocidad de $0,5 \text{ rpm}$. Inicialmente, la distancia de cada uno al eje de rotación es $R = 1 \text{ m}$. Despreciando el rozamiento y la masa de la barra, calcular: a) el momento angular del sistema; b) la energía cinética del sistema (E_{C0}); c) si después de que ambos chicos comienzan a desplazarse a lo largo de la barra hasta los $0,5 \text{ m}$ del eje, ¿cuál es la energía cinética final del sistema (E_{Cf}); d) ¿de dónde sale la diferencia de energía cinética?. [Rta.: a) $L_0 = 3,14 \text{ kgm}^2/\text{s}$; b) $E_{C0} = 82,2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$; c) $E_{Cf} = 0,329 \text{ J}$; d) la fuerza de cada chico sobre la barra, (y su reacción sobre ellos), es una fuerza radial, pero la trayectoria de los mismos no es una circunferencia sino que tiene una forma aproximadamente espiral (dependiendo de la ley de variación de la fuerza), por lo que fuerza y trayectoria no son normales. Conclusión: la componente de la fuerza de la barra sobre cada chico produce un momento que acelera al sistema y realiza trabajo]

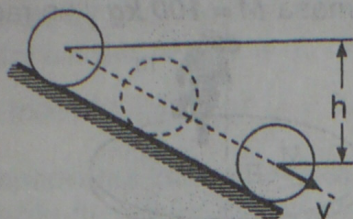
55. Una cucaracha de masa $m = 2 \text{ g}$ corre en sentido antihorario por el borde de un disco que gira alrededor de un eje vertical en el sentido horario. el disco tiene un radio $R = 20 \text{ cm}$ y un momento de inercia $I = 20000 \text{ g cm}^2$, su velocidad es $\omega_d = 6 \cdot \text{s}^{-1}$. La velocidad de la cucaracha, con relación al suelo es $V_c = 1 \text{ m/s}$. La cucaracha encuentra una miga de pan y se detiene. Hallar: a) La velocidad angular del disco después de detenerse la cucaracha; b) La variación de energía cinética. (Rta: 36) $\omega = 5,57 \text{ s}^{-1}$; $\Delta E_C = -47341,04 \text{ J}$).

56. Una mujer de 60 kg está parada en el borde, a 5 m del eje vertical de una plataforma horizontal circular que tiene un momento de inercia de $500 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ con respecto al eje de rotación. La plataforma al principio está en reposo, y tiene libertad de girar sin fricción al-

rededor del eje vertical que pasa por su CM. La mujer empieza a caminar a lo largo de la orilla en el sentido de las agujas del reloj (vista desde arriba) con una velocidad constante de $1,50 \text{ m/s}$ respecto al piso. a) ¿Con qué sentido y velocidad angular gira la mesa?; b) ¿cuánto trabajo realiza la mujer para poner en movimiento la mesa giratoria?. [Rta.: a) $\omega = 0,225 \text{ s}^{-1}$ contrario a las agujas del reloj; b) $W = 12,6 \text{ J}$]

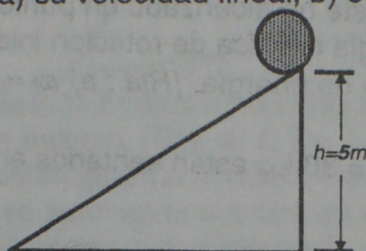
Conservación de la Energía Mecánica

57. Un cilindro homogéneo se halla en reposo, se deja caer rodando sin resbalar por un



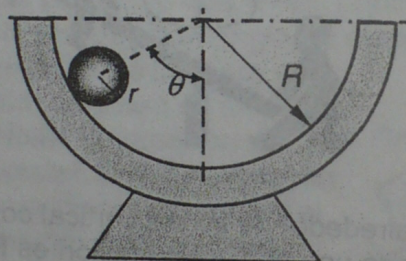
plano inclinado. ¿Cuál será la velocidad del eje para un descenso de $h = 10 \text{ m}$? (Rta: $v = 11,43 \text{ m/s}$).

58. Un cilindro de 1000 kg y 50 cm de radio cae rodando sin resbalar por un plano inclinado desde 5 m de altura. Hallar: a) su velocidad lineal, b) su velocidad angular, c) su ener-



gía cinética al llegar al pie del plano. [Rta.: a) $v = 8,08 \text{ m/s}$; b) $\omega = 16,2 \text{ s}^{-1}$; c) $E_c = 49 \text{ kJ}$

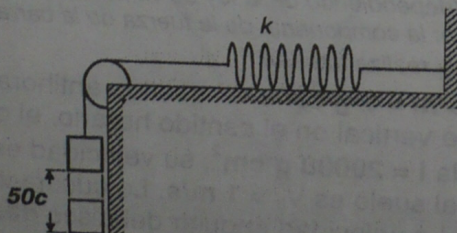
59. Una esfera maciza uniforme de radio r se coloca sobre la superficie interior de un ta-



zón hemisférico de radio R . La esfera se suelta desde el reposo a un ángulo θ con respecto a la vertical y rueda sin deslizar. Determine la velocidad angular de la esfera cuando alcan-

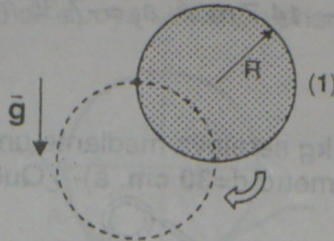
canza el fondo del tazón. [Rta.: $\omega = \frac{1}{r} \cdot \sqrt{\frac{10}{7} \cdot g \cdot (R-r) \cdot (1 - \cos \theta)}$]

60. En el dispositivo de la figura el momento de inercia de la polea es $I = 0,5 \text{ kgm}^2$ y su radio es $R = 30 \text{ cm}$. La constante elástica del resorte es $k = 2 \text{ N/m}$. Calcular la velocidad de

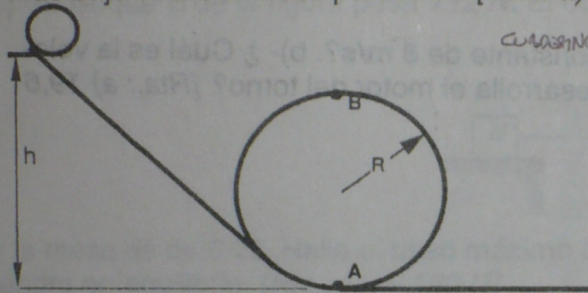


la masa de 100 g cuando ha descendido 50 cm a partir de la posición en que se engan-

cha a la cuerda. Sugerencia: plantear el principio de conservación de la energía mecánica. [Rta.: $v = 0,29 \text{ m/s}$].

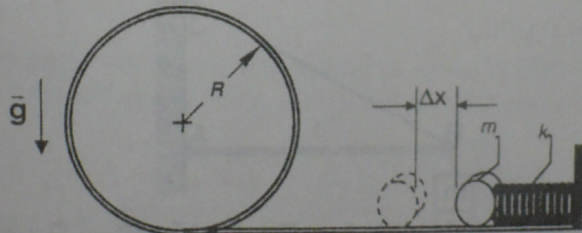


61. Un disco sólido uniforme de radio $R = 10 \text{ cm}$ y masa $m = 2 \text{ kg}$ puede girar libremente sobre un pivote sin fricción que pasa por un punto sobre su borde. Si el disco se libera desde el reposo en la posición (1), a) calcular la velocidad de su centro de masa cuando el disco pasa por la posición inferior (círculo punteado); b) calcular la velocidad del punto más bajo sobre el disco punteado. [Rta.: a) $v_{CM} = 1,14 \text{ m/s}$; b) $v = 2,28 \text{ m/s}$]



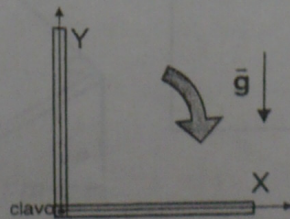
62. Un disco de masa $m = 1 \text{ kg}$ y 20 cm de diámetro se deja caer desde una altura $h = 30 \text{ m}$ en el bucle de la figura. Si el radio del bucle es $R = 1,0 \text{ m}$: a)- Hallar la velocidad con que el disco pasa por el punto A. b)- Ídem por el punto B. c)- Hallar la reacción del carril del bucle sobre el disco en A. d)- Ídem en B. [Rta.: a) $v_A = 19,8 \text{ m/s}$; b) $v_B = 19,2 \text{ m/s}$; c) $N_A = 445 \text{ N}$; d) $N_B = 400 \text{ N}$]

63. El cuerpo cilíndrico de masa $m = 1 \text{ kg}$ y radio $r = 0,25 \text{ m}$ comprime un resorte de constante $k = 10000 \text{ N/m}$. ¿Cuál debe ser la mínima compresión del resorte para que, al li-



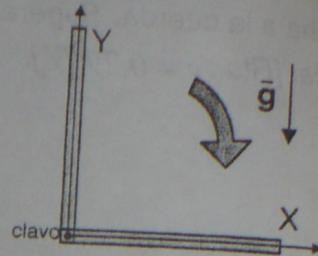
berrse, dispare al cuerpo sobre el bucle de radio $R = 1 \text{ m}$ y describa una circunferencia completa?. Suponer que el cilindro rueda sin deslizar en su recorrido. [Rta.: $\Delta x = 0,064 \text{ m}$]

64. Una barra delgada y uniforme de longitud $L = 50 \text{ cm}$ y masa $m = 1 \text{ kg}$ puede girar alrededor de un clavo horizontal sin fricción que pasa por uno de sus extremos. Se suelta desde el reposo en la posición vertical. Calcular, para el instante en que pasa por la posi-



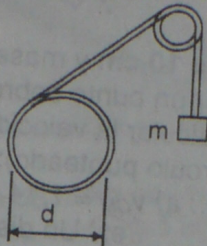
- ción horizontal: a) su velocidad angular, b) su aceleración angular. [Rta.: a) $\omega = -7,67 \text{ s}^{-1} \hat{k}$; b) $\varepsilon = -29,4 \text{ s}^{-2} \hat{k}$]

65. Una barra delgada y uniforme de longitud $L = 30 \text{ cm}$ y masa $m = 0,5 \text{ kg}$ puede girar alrededor de un clavo horizontal sin fricción que pasa por uno de sus extremos. Se suelta desde el reposo en la posición vertical. Calcular, para el instante en que pasa por la posición horizontal: a) las componentes en x y en y de la aceleración de su centro de masa, b) las componentes de la fuerza de reacción en el pivote. [Rta.: a) $a_x = -14,7 \text{ m/s}^2$; $a_y = -7,35 \text{ m/s}^2$; b) $R_x = -7,35 \text{ N}$; $R_y = 1,22 \text{ N}$]



Potencia

66. Un bloque de masa $m = 2000 \text{ kg}$ se eleva mediante un cable de acero y accionado por un torno cuyo tambor tiene un diámetro $d = 30 \text{ cm}$. a)- ¿Qué fuerza debe ser ejercida por el



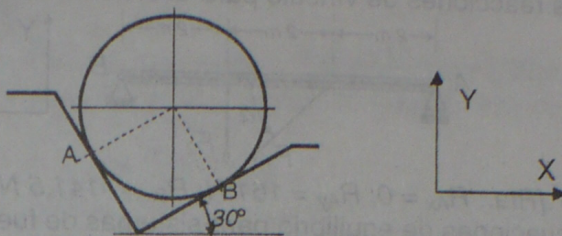
cable para elevar el bloque con una velocidad constante de 8 m/s ? b)- ¿Cuál es la velocidad angular del tambor? c)- ¿Qué potencia desarrolla el motor del torno? [Rta.: a) $19,6 \text{ kN}$; b) $\omega = 53,3 \text{ s}^{-1}$; c) $P = 156,8 \text{ kW}$]

UNIDAD 8: Estática

Problemas con sistemas de fuerzas concurrentes (se resuelven con las condiciones de

equilibrio: $\sum_{i=1}^{i=n} (F_i)_x = 0 \quad \wedge \quad \sum_{i=1}^{i=n} (F_i)_y = 0$)

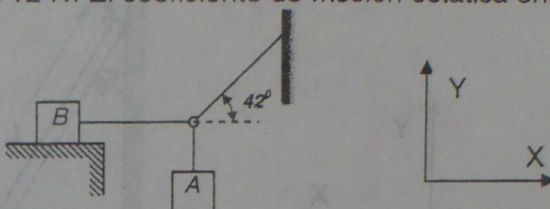
- 1) Un cilindro homogéneo de 5 kg se apoya sobre un prisma recto cuyas caras forman



90° entre sí. Determinar las reacciones en los puntos de apoyo A y B. [Rta.:]

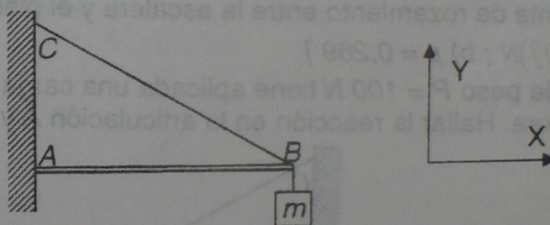
$$R_A = (21,2\hat{i} + 12,3\hat{j})\text{ N} ; R_B = (-21,2\hat{i} + 36,7\hat{j})\text{ N} ; |R_A| = 24,5\text{ N} ; |R_B| = 42,4\text{ N}$$

- 2) El bloque B de la figura pesa 712 N. El coeficiente de fricción estática entre el bloque B

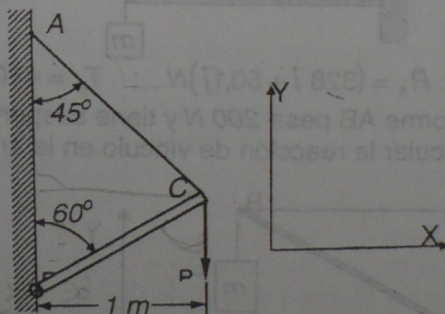


y la mesa es de 0,25. Halle el peso máximo del bloque A con el que el sistema se mantendrá en equilibrio. [Rta.: $P_B = 160\text{ N}$]

- 3) La barra AB de peso nulo tiene aplicada una carga de masa $m = 20\text{ kg}$ como se muestra en la figura. Hallar la reacción en la articulación A y la tensión de la cuerda BC. ($AB =$



$$2\text{ m}); (BC = 2,5\text{ m}). \text{ [Rta.: } R_A = 261\hat{i}\text{ N} ; T_C = 326,7\text{ N}]$$



- 4) Hallar las reacciones en el vínculo simple A (cuerda) y en el doble B, si la fuerza aplicada en el extremo C es $P = 1000\text{ N}$. [Rta.: con $g = 9,8\text{ m/s}^2$, $R_{Ax} = -634\text{ N}$; $R_{Ay} = 634\text{ N}$; $R_{Bx} = 634\text{ N}$; $R_{By} = 366,1\text{ N}$].

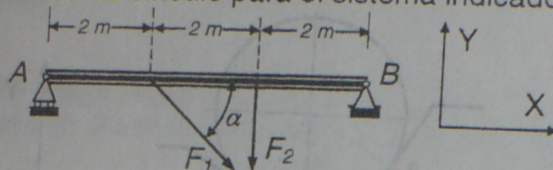
PROBAR TAMBIEN A CHISPA SOLA $P_B = 200\text{ N}$

5) Dos personas tiran de cada extremo de una cuerda en direcciones opuestas, tratando de romperla. No pueden y atan un extremo a una pared tirando juntos del otro extremo. Justifique si este procedimiento es mejor que el anterior (para romperla)

Problemas con sistemas de fuerzas no concurrentes (se resuelven con las condiciones de

equilibrio: $\sum_{i=1}^n (F_i)_x = 0 \wedge \sum_{i=1}^n (F_i)_y = 0 \wedge \sum_{i=1}^n M_i = 0$

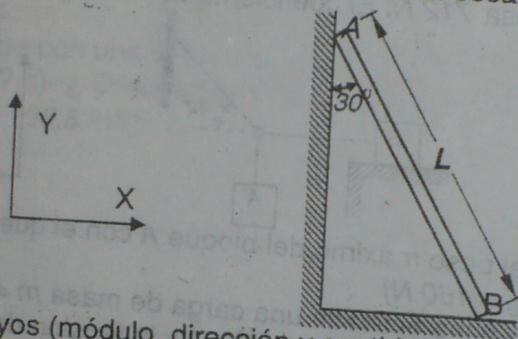
6) Determinar las reacciones de vínculo para el sistema indicado en la figura. $F_1 = F_2 =$



200 N ; $\alpha = 45^\circ$. [Rta.: $R_{Ax} = 0$; $R_{Ay} = 161 \text{ N}$; $R_{Bx} = -141,5 \text{ N}$; $R_{By} = 180,5 \text{ N}$]

7) Plantee las ecuaciones de equilibrio para sistemas de fuerzas no concurrentes en el plano. ¿Cuál es su interpretación sobre el significado físico de las mismas?

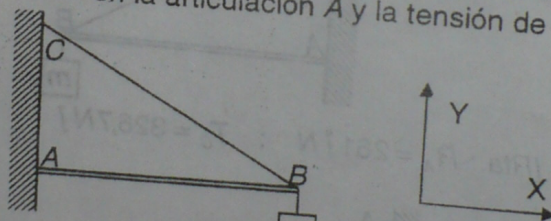
8) La escalera homogénea AB de la figura está apoyada en equilibrio, sin fricción sobre la pared vertical y en B sobre el piso rugoso. Si el peso de la escalera es $P = 800 \text{ N}$, a) hallar



las reacciones en los apoyos (módulo, dirección y sentido); b) ¿cuál debe ser el mínimo valor del coeficiente de rozamiento entre la escalera y el piso?. [Rta.: a) $\vec{R}_A = 231\hat{i} \text{ N}$

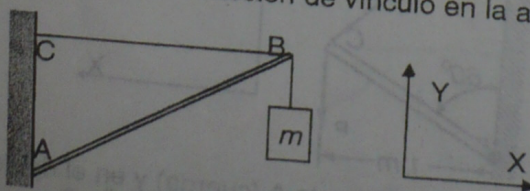
$\vec{R}_B = (-231\hat{i} + 800\hat{j}) \text{ N}$; b) $\mu = 0,289$]

9) La barra AB de peso $P = 100 \text{ N}$ tiene aplicada una carga de masa $m = 20 \text{ kg}$ como se muestra en la figura. Hallar la reacción en la articulación A y la tensión de la cuerda BC.



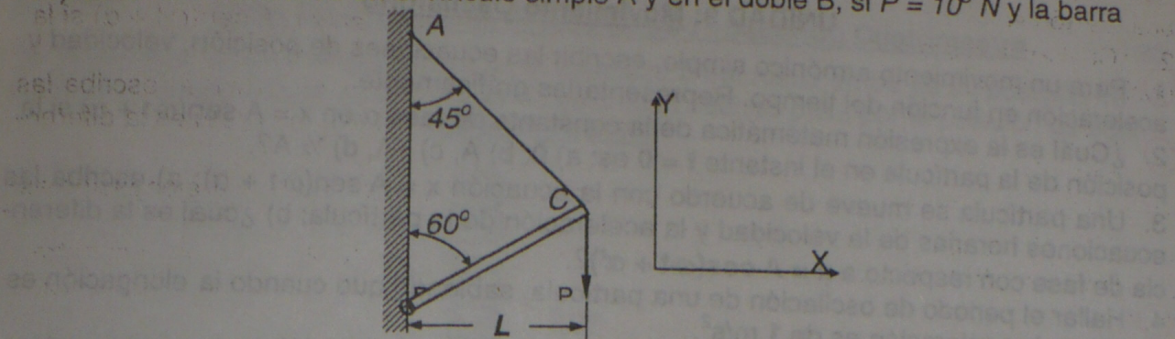
($AB = 2 \text{ m}$); ($BC = 2,5 \text{ m}$). [Rta.: $\vec{R}_A = (328\hat{i} + 50,1\hat{j}) \text{ N}$; $T_C = 410 \text{ N}$]

10) Sabiendo que la barra uniforme AB pesa 200 N y tiene suspendida una masa $m = 80 \text{ kg}$ como muestra la figura, calcular la reacción de vínculo en la articulación A y la tensión



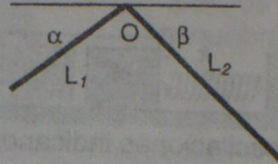
de la cuerda BC. ($AB = 2,5 \text{ m}$); ($BC = 2 \text{ m}$). [Rta.: $\vec{R}_A = (1179\hat{i} + 984\hat{j}) \text{ N}$; $T_C = 1179 \text{ N}$]

11) Hallar las reacciones en el vínculo simple A y en el doble B, si $P = 10^3 \text{ N}$ y la barra



homogénea BC pesa $2 \cdot 10^3 \text{ N}$. [Rta.: $R_A = (-1268\hat{i} + 1268\hat{j})\text{N}$; $R_B = (1268\hat{i} + 1732\hat{j})\text{N}$]

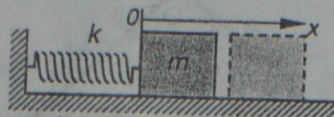
12) Una barra homogénea de 4 m de longitud se dobla en ángulo recto de modo que una



de sus ramas mide 2,50 m. Calcular los valores de los ángulos α y β que forman estas ramas cuando la barra se suspende del punto O. [Rta.: $\alpha = 19,8^\circ$; $\beta = 70,2^\circ$]

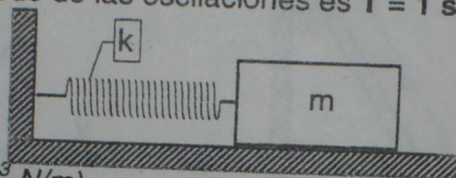
UNIDAD 9: Movimiento Oscilatorio

1. Para un movimiento armónico simple, escribir las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. Representarlas gráficamente.
2. ¿Cuál es la expresión matemática de la constante de fase α en $x = A \cdot \sin(\omega t + \alpha)$ si la posición de la partícula en el instante $t = 0$ es: a) 0, b) A, c) -A, d) $\frac{1}{2}A$?
3. Una partícula se mueve de acuerdo con la ecuación $x = A \cdot \sin(\omega t + \alpha)$; a) escriba las ecuaciones horarias de la velocidad y la aceleración de la partícula; b) ¿cuál es la diferencia de fase con respecto a $x = A \cdot \cos(\omega t + \alpha)$?
4. Hallar el periodo de oscilación de una partícula, sabiendo que cuando la elongación es de 10 cm la aceleración es de 1 m/s^2 .
5. Una masa de 3 kg se sujeta a un resorte de constante $k = 500 \text{ N/m}$ que se encuentra en posición horizontal. Luego manualmente se estira 5 cm el resorte y se lo suelta. Escri-



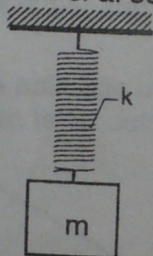
bir la ecuación horaria $x(t)$ de las oscilaciones indicando el valor de la fase inicial.

6. Se sabe que la velocidad de un oscilador armónico de amplitud A es cero en determinados instantes, ¿puede decirse exactamente cuál es su posición en esos instantes? Explicar.
7. Un oscilador armónico está formado por una masa de 100 kg y un resorte de constante k desconocida. Si el periodo de las oscilaciones es $T = 1 \text{ s}$, determinar la constante



elástica k. (Rta.: $k = 3,95 \cdot 10^3 \text{ N/m}$)

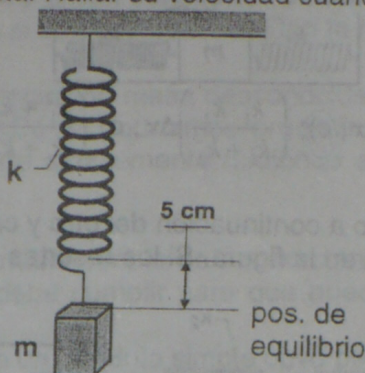
8. Si en el problema anterior el resorte se reemplaza por otro de $k = 16 \text{ kgf/m}$ y la masa por otra de valor $m = 10 \text{ kg}$, hallar la frecuencia de las oscilaciones. (Rta.: $f = 0,63 \text{ Hz}$).
9. Hallar la constante elástica k del resorte si al separar el cuerpo verticalmente de la po-



sición de equilibrio, oscila con frecuencia $f = 0,5 \text{ Hz}$. El peso del cuerpo es de 100 N. (Suponer $g = 9,8 \text{ m/s}^2$). (Rta.: $k = 100,7 \text{ N/m}$).

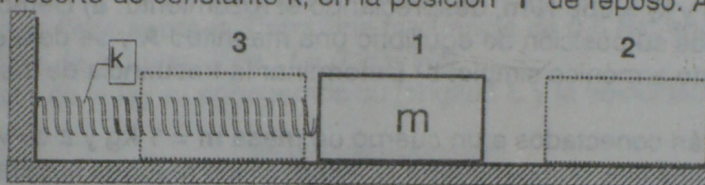
10. Un cuerpo cuelga de un resorte cuya constante elástica es $k = 1000 \text{ N/m}$. Si la masa del cuerpo es $m = 10 \text{ kg}$, hallar el periodo de oscilación al alejarlo verticalmente de la posición de equilibrio dejándolo en libertad desde esa posición. (Rta.: $T = 0,628 \text{ s}$).
11. Una masa de 100 kg se engancha de un resorte de constante $k = 1000 \text{ N/m}$ y se lo deja en libertad. Calcular el trabajo realizado por la fuerza elástica durante el alargamiento, el periodo de oscilación y la máxima velocidad del movimiento oscilatorio. (Rta.: $W = -1920 \text{ J}$; $T = 0,635 \text{ s}$; $v = 0,99 \text{ m/s}$).
12. Hallar la energía mecánica de una masa de 50 g que realiza un M.A.S. cuya amplitud es $A = 30 \text{ cm}$ y su frecuencia $f = 50 \text{ Hz}$. (Rta.: $E_m = 222 \text{ J}$). *AVERIGUAR TAMO VMAX*
13. Una masa de 300 g se fija a un resorte cuya constante elástica es $k = 4,8 \text{ N/m}$. Encontrar el periodo de sus oscilaciones. (Rta.: $T = 1,57 \text{ s}$).

14. A la masa del problema anterior se la desplaza 5 cm hacia arriba de su posición de equilibrio y enseguida se suelta. Hallar su velocidad cuando pasa por la posición de equi-



librio. (Rta.: $v = 0,2 \text{ m/s}$).

15. En la figura se muestra un carrito de masa m montado sobre ruedas sin rozamiento, enganchado a un resorte de constante k , en la posición "1" de reposo. Al carro se lo saca



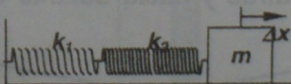
de su posición de equilibrio llevándolo hasta la posición "2", y dejándolo en libertad desde dicha posición. Indicar los sentidos de los vectores velocidad y aceleración cuando el carro, en sus oscilaciones pasa por: a)- el punto "1" hacia la derecha; b)- el punto "1" hacia la izquierda; c)- el punto "2"; d)- el punto genérico "3" hacia la derecha; e)- el punto "3" hacia la izquierda.

16. Dos cuerpos de 5 kg y 3 kg respectivamente, se suspenden, en ese orden, de un largo resorte cuya constante elástica es $k = 200 \text{ N/m}$. Si se retira el cuerpo de 3 kg determinar: a) la frecuencia de las oscilaciones; b)- la energía mecánica del movimiento; c)- máxima velocidad del movimiento. (Rta.: a) $f = 1 \text{ s}^{-1}$; b) $W = 2,26 \text{ J}$; c) $v_{\text{máx.}} = 0,94 \text{ m/s}$).

17. Un cuerpo que realiza un M.A.S. tiene una frecuencia $f = 1/3 \text{ s}^{-1}$ y en el instante $t = 2 \text{ s}$, medido desde el instante en que se encontraba en la posición de equilibrio, su elongación es $x = 5,196 \text{ cm}$. Determinar: a) el período de oscilación; b) la amplitud del movimiento; c) la velocidad en el instante señalado. (Rta.: a) $T = 3 \text{ s}$; b) $A = 6 \text{ cm}$; c) $v_{t=2\text{s}} = -6,28 \text{ cm/s}$).

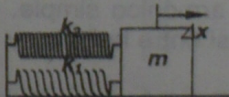
18. Una masa de 3 kg se suspende de un resorte y produce un estiramiento de 15,3 cm, se lleva hacia abajo 10 cm y se suelta. Calcular, a) el período, b) la posición, la velocidad y la aceleración 1,3 segundos después de soltarla.

19. El módulo de la fuerza elástica resultante que actúa sobre la masa m de la figura es:



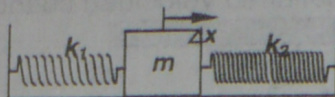
- a) $\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)\Delta x$; b) $(k_1 + k_2)\Delta x$; c) $\left(\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right)\Delta x$; d) $\left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1 + k_2}\right)\Delta x$; e) $(k_1 - k_2)\Delta x$; f) Ninguna de las anteriores. Justificar.

20. El módulo de la fuerza elástica resultante que actúa sobre la masa m de la figura es: a)



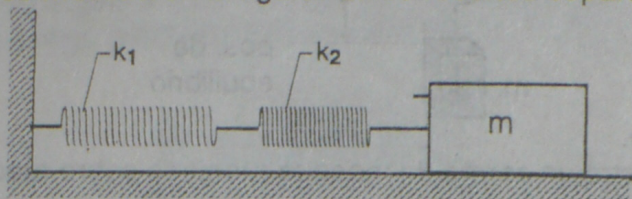
- a) $\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)\Delta x$; b) $(k_1 + k_2)\Delta x$; c) $\left(\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right)\Delta x$; d) $\left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1 + k_2}\right)\Delta x$; e) $(k_1 - k_2)\Delta x$; f) Ninguna de las anteriores. Justificar.

21. El valor absoluto de la fuerza elástica resultante que actúa sobre la masa m de la figura



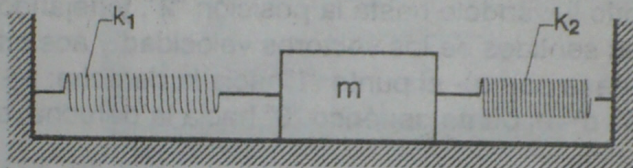
ra es: a) $\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)\Delta x$; b) $(k_1 + k_2)\Delta x$; c) $\left(\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}\right)\Delta x$; d) $\left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1 + k_2}\right)\Delta x$; e) $(k_1 - k_2)\Delta x$; f) Ninguna de las anteriores. Justificar.

22. Dos resortes están unidos uno a continuación del otro y conectados a un cuerpo de masa $m = 1 \text{ kg}$ como se muestra en la figura. Si los resortes separadamente tienen cons-



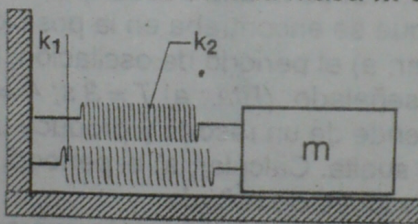
tantes $k_1 = 300 \text{ N/m}$ y $k_2 = 350 \text{ N/m}$, despreciando el rozamiento: a) Demostrar que si se desplaza el cuerpo de su posición de equilibrio una magnitud A y se deja en libertad, éste realiza un movimiento armónico simple; b) Determinar la frecuencia de las oscilaciones. (Rta.: b) $f = 2 \text{ Hz}$).

23. Dos resortes están conectados a un cuerpo de masa $m = 1 \text{ kg}$ y a su vez sus extremos opuestos a puntos fijos como muestra la figura. Si los resortes separadamente tienen



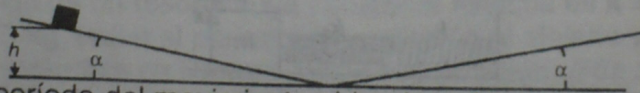
constantes $k_1 = 300 \text{ N/m}$ y $k_2 = 350 \text{ N/m}$, despreciando el rozamiento: a) Demostrar que si se desplaza el cuerpo de su posición de equilibrio una magnitud A y se deja en libertad, éste realiza un movimiento armónico simple; b) Determinar la frecuencia de las oscilaciones. (Rta.: b) $f = 4 \text{ Hz}$)

24. Hallar la frecuencia de las oscilaciones de una masa m que se acopla con dos resortes



de constantes elásticas k_1 y k_2 respectivamente según muestra la figura

25. Una partícula se desliza hacia atrás y hacia delante entre dos planos inclinados, sin



fricción. a) Hallar el período del movimiento si la altura inicial es h . ¿El movimiento es un MAS?. [Rta.: No]

26. Una carga de 98 kg desciende con velocidad constante de 10 m/s suspendida de un cable de acero de constante elástica 10000 N/cm . Se interrumpe bruscamente el descenso y la carga realiza un movimiento armónico simple. Calcular: a) la amplitud del movimiento b) la amplitud del movimiento si entre la carga y el cable se intercala un resorte de constante elástica 6000 N/cm .

27. Un resorte tiene una constante elástica k , y de él se encuentra suspendida una masa m . El resorte se corta a la mitad de su longitud y de una de las mitades se suspende la misma masa. La frecuencia de las oscilaciones, ¿es igual antes que después de haber cortado el resorte?. ¿Cómo están relacionadas las frecuencias?.

28. Un resorte cuando se encuentra libre tiene una constante elástica k . Se estira suspendiéndole una masa hasta que adquiere una longitud menor que la que corresponde al límite elástico. Para esta nueva posición de equilibrio, ¿tiene la misma constante k ?

29. Se tienen dos resortes **A** y **B** con constantes elásticas $k_A > k_B$. Explicar sobre qué resorte se realiza más trabajo si son estirados: a) Con la misma elongación; b) Por la misma fuerza.

30. Supongamos tener un bloque de masa desconocida y un resorte cuya constante elástica tampoco conocemos. ¿Cómo podríamos predecir el período de las oscilaciones de este sistema bloque - resorte simplemente midiendo el alargamiento del resorte al suspender de él el bloque?

Péndulos

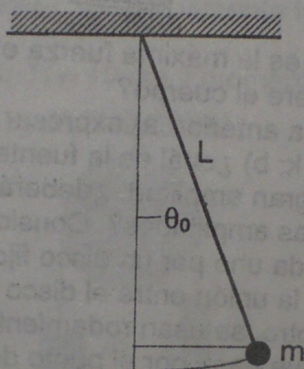
31. El movimiento de un péndulo simple no es exactamente un MAS, explique cuál es la razón. ¿Qué condición se debe cumplir para que pueda considerarse aproximadamente MAS?

32. - Encontrar la longitud de un péndulo simple cuyo período en la superficie de la Tierra es de 1 segundo. (Rta.: $L = 0,248 \text{ m}$).

33. - Encontrar la longitud de un péndulo simple cuyo período sobre la superficie de la Luna ($g = 1,67 \text{ m/s}^2$) es de 1 segundo. (Rta.: $L = 0,425 \text{ cm}$).

34. - Si un péndulo tiene sobre la Tierra una frecuencia de **0,5 Hz**, encontrar su frecuencia sobre la superficie de la Luna. (Rta.: $f = 0,206 \text{ Hz}$).

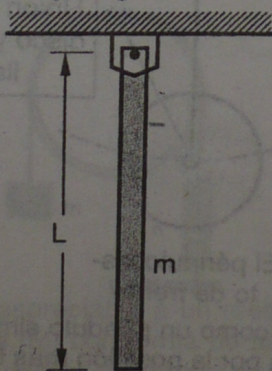
35. Si del péndulo de la figura conocemos su longitud L y la velocidad v_0 con que pasa por



el punto inferior, para pequeñas oscilaciones, la amplitud θ_0 está dada por: (indicar la respuesta correcta, justificar) a) $\theta_0 = \frac{v_0}{\sqrt{gL}}$; b) $\theta_0 = \frac{2 \cdot v_0}{\sqrt{gL}}$; c) $\theta_0 = \frac{v_0}{\sqrt{2 \cdot gL}}$; d) ninguna de

las anteriores.

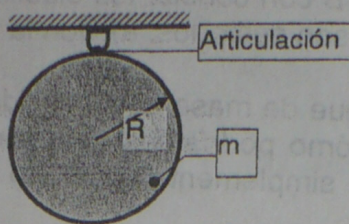
36. Una barra homogénea de masa m y longitud L está articulada en un extremo. Hallar el



período para pequeñas oscilaciones: [Rta.: $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot L}{3 \cdot g}}$]

37. La barra del problema anterior se suspende de un punto situado a $\frac{1}{4}L$ de un extremo. Encontrar su longitud L si su período es $T = 1$ s. (Rta.: $L = 0,425$ m).

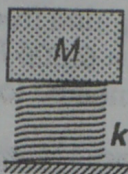
38. El período de las oscilaciones pequeñas del disco de la figura está dado por (indicar la



respuesta correcta): a) $T = 2\pi \sqrt{\frac{3R}{2g}}$; b) $T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$; c) $T = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$; d) ninguna de las anteriores.

39. Por medio de consideraciones energéticas, hallar la expresión matemática de la velocidad de un péndulo simple en función de su posición angular.

40. Un resorte de constante k y altura libre h se encuentra con una de sus caras apoyada en un plano horizontal. Si sobre cara superior se deposita un cuerpo de masa m el siste-

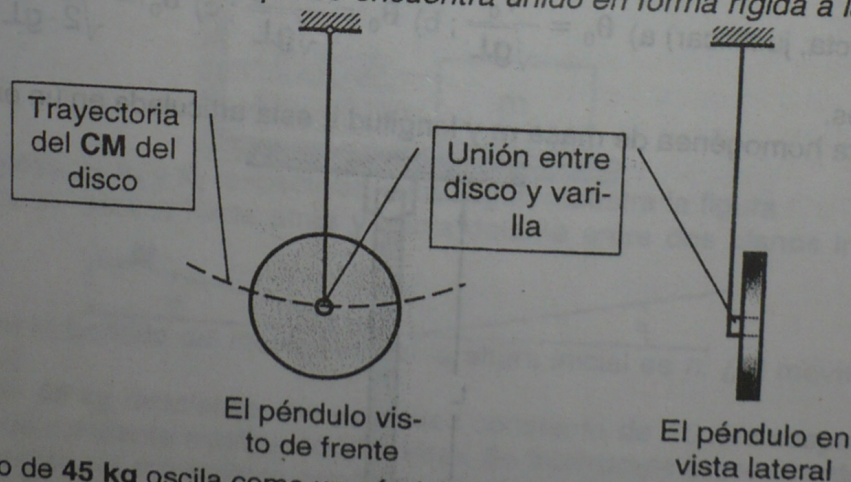


ma comienza a oscilar; a) ¿cuál es la máxima fuerza elástica sobre el cuerpo?, b) ¿cuál es la máxima velocidad que adquiere el cuerpo?

41. Para el sistema del problema anterior: a) expresar la energía cinética máxima de las oscilaciones en función de m y k ; b) ¿cuál es la fuente de energía de las oscilaciones?

42. Un péndulo que oscila con gran amplitud, ¿deberá tener un período mayor o menor que cuando oscila con pequeñas amplitudes?. Considerar casos extremos.

43. Dos péndulos, formados cada uno por un disco fijo a una barra muy liviana, son idénticos salvo en lo que respecta a la unión entre el disco y la barra. En uno, la barra está rígidamente unida al disco; en el otro, se usan rodamientos, de forma que el disco tiene libertad de girar alrededor del eje que pasa por el punto de unión. Ambos péndulos se suspenden, se separan de su posición de equilibrio hasta la misma altura y se sueltan. ¿Cuál tiene mayor período?. [Rta.: El que se encuentra unido en forma rígida a la varilla]

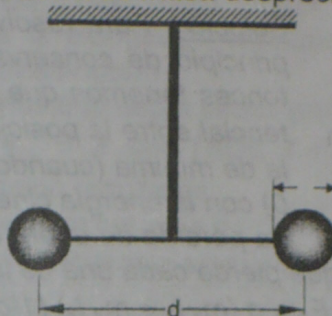


44. Un cuerpo de 45 kg oscila como un péndulo simple unido al extremo de una cuerda de 6 m de longitud. Cuando pasa por la posición más baja tiene una velocidad de 10 m/s. Calcular la tensión de la cuerda en esa posición.

45. Un disco cuyo radio es $r = 0,4 \text{ m}$ y su masa $m = 20 \text{ kg}$, cuelga horizontalmente de un alambre suspendido por su centro. La cupla directriz del alambre es $D = 10 \text{ N}\cdot\text{m}$. Hallar el período cuando oscila como un péndulo de torsión. [Rta.: $T = 2,51 \text{ s}$].

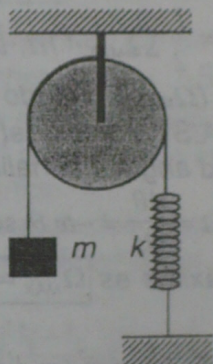
46. Un péndulo de torsión está formado por una esfera homogénea cuyo radio es $r = 10 \text{ cm}$ y su masa es $m = 30 \text{ kg}$. Su período de oscilación es $T = 3 \text{ s}$, ¿cuál es el valor de la cupla directriz?. [Rta.: $D = 0,526 \text{ N}\cdot\text{m}$].

47. El péndulo de torsión de la figura está formado por dos esferas homogéneas e iguales colocada en los extremos de una barra de masa despreciable. La distancia entre los cen-



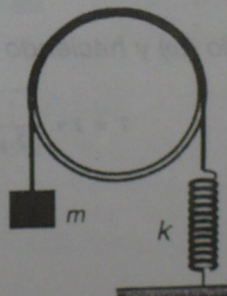
tros de las esferas es $d = 1 \text{ m}$, su masa $m = 10 \text{ kg}$ y su radio $r = 0,2 \text{ m}$. Si la cupla directriz del alambre es $D = 21 \text{ N}\cdot\text{m}$; a) ¿qué valor toma el período de oscilación T ?; b) ¿cuál sería si las masas se supusieran puntuales?; c) Fundamente las diferencias de (a) y (b) [Rta.: a) $T = 3,16 \text{ s}$; b) $T = 3,07 \text{ s}$].

48. La polea de la figura tiene radio $R = 10 \text{ cm}$ y momento de inercia $I = 0,1 \text{ kgm}^2$, la



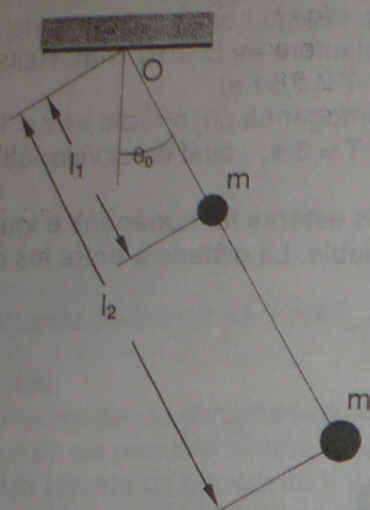
constante elástica del resorte es $k = 135 \text{ N/m}$ y la masa $m = 5 \text{ kg}$. El cable no se desliza sobre la polea. Determine el período de oscilación de la masa m . [Rta.: $T = 2,09 \text{ s}$]

49. En la figura está representado un sistema formado por una masa (m), vinculada por



una cuerda inextensible de masa despreciable a un resorte de constante elástica (k). La cuerda envuelve una polea de masa (M) con forma de tubo de pared delgada que puede rotar libremente alrededor de su eje. Hallar el período de las oscilaciones cuando a la masa se la desplaza de su posición de equilibrio y luego se la suelta. [Rta.: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}$]

Energía en el movimiento oscilatorio



50. Aplicando consideraciones energéticas, encontrar el período de las oscilaciones del péndulo de la figura cuando se lo suelta desde una posición en la que forma un ángulo $\theta_0 = 10^\circ$ con la vertical. La barra en la que se encuentran colocadas las masas se considera rígida e imponderable. El movimiento es armónico simple.

$$m_1 = 0,5 \text{ kg} ; l_1 = 1 \text{ m}$$

$$m_2 = 1 \text{ kg} ; l_2 = 2 \text{ m}$$

Solución: Para resolver el problema vamos a aplicar el principio de conservación de la energía mecánica. Entonces tenemos que igualar la variación de energía potencial entre la posición de máxima elongación ($\theta = \theta_0$) y la de mínima (cuando pasa por el punto de equilibrio: $\theta = 0$) con la energía cinética en esta última posición.

La pérdida de energía potencial del sistema es igual a la suma de la energía potencial que pierde cada una de las masas:

$$E_p = g \cdot (m_1 \cdot l_1 + m_2 \cdot l_2) \cdot (1 - \cos \theta_0)$$

La energía cinética de rotación cuando las masas pasan por la posición de equilibrio es:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot I_0 \cdot (\Omega_{\text{MAX}})^2$$

Aquí tenemos que llamar de otra manera (Ω) a la velocidad angular para no confundir con la (ω) de frecuencia angular del movimiento periódico. Llamamos (I_0) al momento de inercia total con respecto al centro de oscilación (O). Entonces:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot \Omega_{\text{MAX}}^2 \cdot (m_1 \cdot l_1^2 + m_2 \cdot l_2^2)$$

Para obtener la velocidad angular (Ω_{MAX}) cuando pasa por la posición de equilibrio, partimos de la ecuación horaria del M.A.S.: $\theta = \theta_0 \cos(\omega t)$

La ecuación horaria de la velocidad angular la hallamos derivando con respecto a (t):

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt} = -\omega \cdot \theta_0 \sin(\omega t)$$

Aquí el módulo de la velocidad máxima es $\Omega_{\text{MAX}} = \omega \cdot \theta_0$. Reemplazando en la expresión de la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \theta_0^2 \cdot (m_1 \cdot l_1^2 + m_2 \cdot l_2^2)$$

Igualando con la variación de la energía potencial:

$$\frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \theta_0^2 \cdot (m_1 \cdot l_1^2 + m_2 \cdot l_2^2) = g \cdot (m_1 \cdot l_1 + m_2 \cdot l_2) \cdot (1 - \cos \theta_0)$$

Despejando (ω) y haciendo $T = \frac{2\pi}{\omega}$ queda:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(m_1 \cdot l_1^2 + m_2 \cdot l_2^2) \cdot \theta_0^2}{2 \cdot g \cdot (m_1 \cdot l_1 + m_2 \cdot l_2) \cdot (1 - \cos \theta_0)}}$$

$$T = 2,7 \text{ s}$$

Superposición de oscilaciones

51. Se superponen dos M.A.S. cuyas elongaciones están dadas respectivamente por:

$$\begin{cases} y_1 = 0,5 \sin(628.t) \text{ cm} \\ y_2 = 1,5 \sin(628.t + 2\pi) \text{ cm} \end{cases}$$

Hallar la ecuación horaria $y(t)$ de la elongación resultante; b) representar gráficamente $y_1(t)$, $y_2(t)$ e $y(t)$. [Rta.: a) $y = 2 \sin(628.t) \text{ cm}$].

52. - Se superponen dos M.A.S. cuyas elongaciones están dadas respectivamente por:

$$\begin{cases} y_1 = 0,5 \sin(628.t) \text{ cm} \\ y_2 = 1,5 \sin(628.t + \pi) \text{ cm} \end{cases}$$

Hallar la ecuación horaria $y(t)$ de la elongación resultante; b) representar gráficamente $y_1(t)$, $y_2(t)$ e $y(t)$. (Rta.: a) $y = \sin(628.t + \pi) \text{ cm}$)

53. - Se superponen dos oscilaciones que están dadas por:

$$y_1 = 1,5 \cdot \sin(800.t + 0,5) \text{ m}; \quad y_2 = 2 \cdot \sin(800.t + 0,2) \text{ m}$$

Encontrar la expresión de la oscilación resultante.

Solución: la oscilación resultante está expresada por $y = A \sin(\omega.t + \alpha)$, donde A es la amplitud de la oscilación, ω es la frecuencia angular (800 s^{-1}) y α la fase inicial.

La amplitud es: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2.A_1.A_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)} = 3,46 \text{ m}$ (ver gráfica de vectores giratorios)

La fase inicial es: $\alpha = \arctan \frac{A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin \alpha_2}{A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2} = 0,34 \text{ radianes}$

Reemplazando: $y = 3,46 \cdot \sin(800.t + 0,34) \text{ m}$

54. - Se superponen dos oscilaciones que están dadas por:

$$y_1 = 1,5 \cdot \sin(35.t) \text{ mm}; \quad y_2 = 1,5 \cdot \sin(38.t) \text{ mm}$$

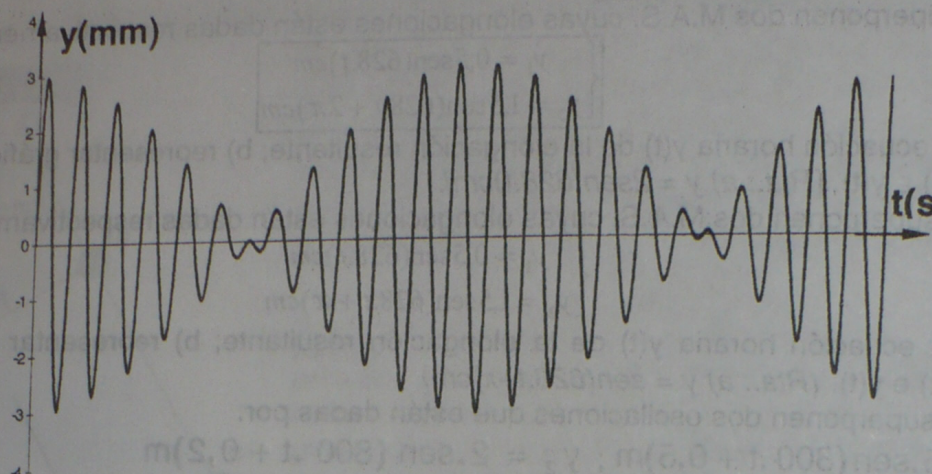
- Hallar la ecuación horaria de la oscilación resultante.
- Construir el gráfico $y(t)$ de la oscilación resultante.
- Hallar la frecuencia del batido.

Solución: a) en este caso, por ser de amplitudes iguales, las dos oscilaciones se componen dando como resultado una oscilación de amplitud variables modulada sinusoidalmente, cuya expresión es:

$$y = 2.A \cdot \cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right).t\right] \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right).t\right]$$

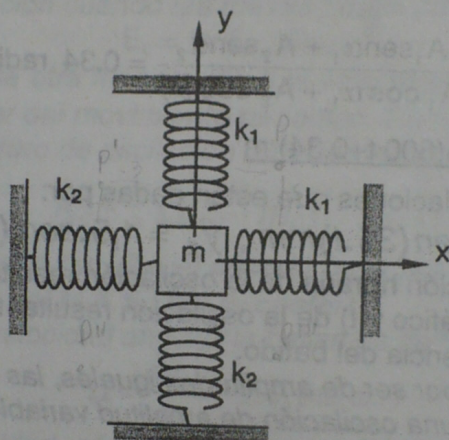
$$y = 3 \cdot \cos[9,4.t] \cdot \sin[230.t] \text{ mm}$$

b) el gráfico de la oscilación resultante es:



c) la frecuencia del batido es: $\delta = \frac{f_1 - f_2}{2} = 1,5 \text{ Hz}$

55. Se coloca la masa $m = 1 \text{ kg}$ fija a cuatro resortes de constantes $k_1 = 4 \text{ N/cm}$ y $k_2 = 9 \text{ N/cm}$ según indica la figura. El sistema está apoyado sobre un plano horizontal sin ro-



zamiento, y cada uno de los resortes tiene uno de sus extremos fijo a un tabique solidario con el plano horizontal. Describir analítica y gráficamente la trayectoria del movimiento de la masa m si se la desplaza hasta un punto ubicado en $P \equiv (3 \text{ mm}, 5 \text{ mm})$ y en ese punto se lo deja en libertad. Hallar la ecuación de su velocidad lineal. Suponer que los resortes son lo suficientemente largos como para suponer que la acción de cada uno está limitada a su propio eje.

Solución: los movimientos componentes en x e y están dados por:

$$\begin{cases} x = A \sin(\omega_1 t + \alpha_1) \\ y = B \sin(\omega_2 t + \alpha_2) \end{cases}$$

Para poder expresar numéricamente estas ecuaciones tenemos que calcular las amplitudes A y B , las frecuencias angulares ω_1 y ω_2 y las fases iniciales α_1 y α_2 . Por el principio de independencia de los movimientos, podemos calcular estos valores en forma separada. Vamos a plantear las condiciones en la frontera. Sabemos que la velocidad es nula en $t = 0$, de donde:

Cálculo de las fases iniciales

$$\text{si } t=0 \Rightarrow \begin{cases} \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = 0 = \omega_1 A \cos \alpha_1 \Rightarrow \cos \alpha_1 = 0 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{2} \\ \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 0 = \omega_2 B \cos \alpha_2 \Rightarrow \cos \alpha_2 = 0 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Cálculo de las amplitudes

$$\text{si } t=0 \Rightarrow \begin{cases} x = A \sin \alpha_1 = 3 \text{ mm} \\ y = B \sin \alpha_2 = 5 \text{ mm} \end{cases} \Rightarrow \text{pero } \alpha_1 = \alpha_2 = \pi/2 \Rightarrow \begin{cases} A = 3 \text{ mm} \\ B = 5 \text{ mm} \end{cases}$$

Cálculo de las frecuencias angulares

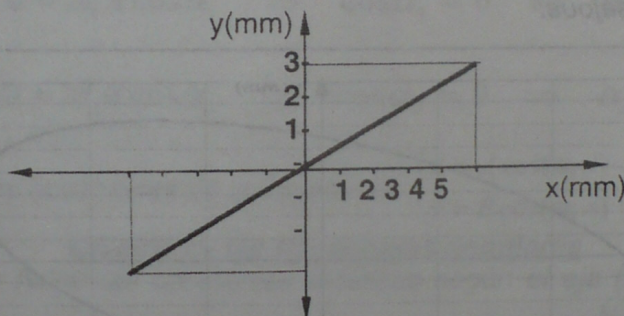
Para esto tenemos que hallar las constantes elásticas según el eje (x) y según el eje (y).

En ambos casos el valor es $k_1 + k_2$, o sea:
$$\begin{cases} k_x = 0,04 \text{ N/m} + 0,09 \text{ N/m} = 0,13 \text{ N/m} \\ k_y = 0,04 \text{ N/m} + 0,09 \text{ N/m} = 0,13 \text{ N/m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} = \sqrt{\frac{0,13 \text{ N/m}}{1 \text{ kg}}} = 0,36 \text{ s}^{-1} \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m}} = \sqrt{\frac{0,13 \text{ N/m}}{1 \text{ kg}}} = 0,36 \text{ s}^{-1} \end{cases}$$

vemos que ambas son iguales. Obviamente esto lo podíamos haber previsto, porque los sistemas elásticos según los ejes x e y son los mismos. Los períodos son también idénticos, su valor (en general: T para ambos ejes) es:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 17,5 \text{ s}$$

Ecuaciones del movimiento

Las ecuaciones quedan entonces:
$$\begin{cases} x = 3 \sin\left(0,36t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ mm} \\ y = 5 \sin\left(0,36t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ mm} \end{cases} \quad \text{o} \quad \begin{cases} x = 3 \cos(0,36t) \text{ mm} \\ y = 5 \cos(0,36t) \text{ mm} \end{cases}$$

Dividiendo m. a m. tenemos: $y = \frac{3}{5}x$ que es la ecuación de una recta. Entonces la representación gráfica del movimiento es:

Ecuación de la velocidad

Contamos con las expresiones paramétricas de la posición del cuerpo:

$$\begin{cases} x = 3 \cos(0,36t) \text{ mm} \\ y = 5 \cos(0,36t) \text{ mm} \end{cases}$$

El vector posición queda definido por: $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} = [3\cos(0,36t)\hat{i} + 5\cos(0,36t)\hat{j}] \text{ mm}$. su velocidad:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -[1,08 \sin(0,36 \cdot t)\vec{i} + 1,80 \sin(0,36 \cdot t)\vec{j}] \text{ mm/s}$$

El valor de la velocidad cuando pasa por el origen podríamos calcularla conociendo en qué instante pasa por él. Después de dejar en libertad el cuerpo, éste pasa por el origen en los instantes $\frac{1}{4}T + kT$ (con $k \in \mathbb{N}$). Para estos instantes el seno toma los valores $+1$ y -1 . Reemplazando en la ecuación de la velocidad, su valor cuando pasa por el origen es:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \pm[1,08\vec{i} + 1,80\vec{j}] \text{ mm/s} \quad \|\vec{v}\| = \sqrt{(1,08)^2 + (1,8)^2} \text{ mm/s} = 2,1 \text{ mm/s}$$

56. En el problema anterior hallar la trayectoria del cuerpo, pero suponiendo que a la masa, en el punto de partida (5mm, 3mm) se le aplica una velocidad inicial $\vec{v}_0 = 2\vec{j} \text{ mm/s}$.

Solución: En este caso también aplicamos las ecuaciones $\begin{cases} x = A \sin(\omega_1 t + \alpha_1) \\ y = B \sin(\omega_2 t + \alpha_2) \end{cases}$, pero los parámetros de la ecuación en (y) cambian, por lo que debemos recalcularlos. Para ello consideremos las condiciones en la frontera. La velocidad según (y) está dada por la siguiente expresión:

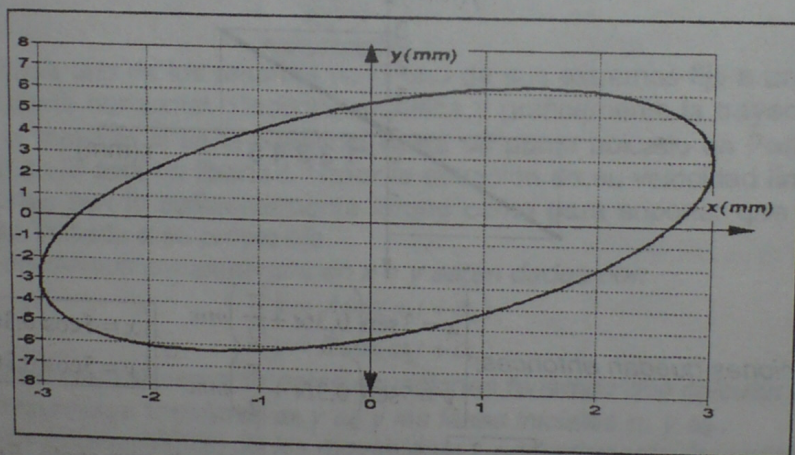
$$v_y = \frac{dy}{dt} = \omega_2 \cdot B \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \alpha_2)$$

$$\text{En } t=0 \Rightarrow y=3 \text{ mm} \Rightarrow \begin{cases} y=3 \text{ mm} \Rightarrow B \sin \alpha_2 = 3 \text{ mm} \\ v_y = 2 \text{ mm/s} \Rightarrow \omega_2 \cdot B \cdot \cos \alpha_2 = 2 \text{ mm/s} \end{cases} \quad \alpha_2 = \arctan\left(\frac{3}{2}\omega_2\right) = 0,5$$

$$\text{De aquí podemos calcular: } B = \frac{3 \text{ mm}}{\sin 0,5} = 6,26 \text{ mm}$$

$$\text{Las ecuaciones de la trayectoria quedan entonces: } \begin{cases} x = 3 \cos(0,36t) \text{ mm} \\ y = 6,26 \sin(0,36t + 0,5) \text{ mm} \end{cases}$$

El gráfico x-y de la trayectoria es una curva de Lissajous:



57. Hallar la trayectoria de la masa $m = 1 \text{ kg}$ si se la desplaza hasta la posición $P = (5\text{mm}; 5\text{mm})$ y luego se la deja en libertad. Las constantes elásticas son:

$$\begin{cases} k_1 = 2 \text{ N/cm} \\ k_2 = 4,5 \text{ N/cm} \end{cases}$$

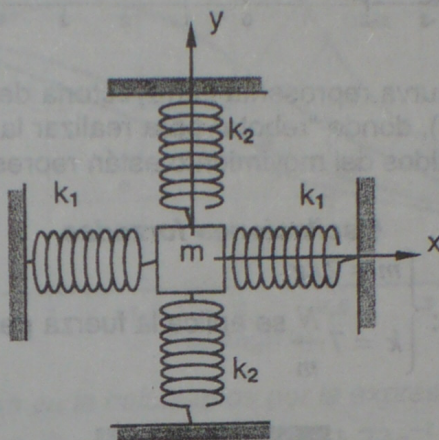
Solución: Las ecuaciones del movimiento tienen la forma del ejercicio anterior:

$$\begin{cases} x = A \sin(\omega_1 t + \alpha_1) \\ y = B \sin(\omega_2 t + \alpha_2) \end{cases}$$

Cálculo de las amplitudes A y B

Aplicando el mismo método que en el problema 39, obtenemos los valores de las amplitudes en (x) y en (y), que son iguales entre sí y de valor: $A = B = 5\text{mm}$ (coinciden con los valores de elongación en $t=0$).

Cálculo de las fases iniciales



$$\text{Si } t=0 \Rightarrow \begin{cases} \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = 0 = \omega_1 A \cos \alpha_1 \Rightarrow \cos \alpha_1 = 0 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\pi}{2} \\ \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 0 = \omega_2 B \cos \alpha_2 \Rightarrow \cos \alpha_2 = 0 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Reemplazando en las ecuaciones de la trayectoria: $\begin{cases} x = A \cos(\omega_1 \cdot t) \\ y = B \cos(\omega_2 \cdot t) \end{cases}$

Cálculo de las frecuencias angulares

Ahora tenemos que hallar las constantes elásticas según el eje (x) y según el eje (y).

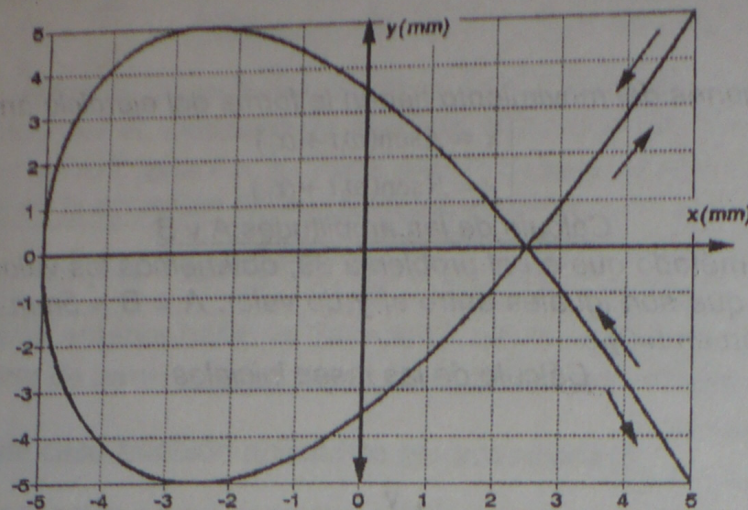
Respectivamente son: $k_x = 2 \cdot k_1$; $k_y = 2 \cdot k_2 \Rightarrow \begin{cases} k_x = 2 \cdot 0,02 \text{ N/m} = 0,04 \text{ N/m} \\ k_y = 2 \cdot 0,045 \text{ N/m} = 0,09 \text{ N/m} \end{cases}$

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{k_x}{m}} = \sqrt{\frac{0,04 \text{ N/m}}{1 \text{ kg}}} = 0,2 \text{ s}^{-1} \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{k_y}{m}} = \sqrt{\frac{0,09 \text{ N/m}}{1 \text{ kg}}} = 0,3 \text{ s}^{-1} \end{cases}$$

Entonces, las ecuaciones horarias de la trayectoria quedan expresadas por:

$$\begin{cases} x = 5 \cdot \cos(0,2 \cdot t) \text{ mm} \\ y = 5 \cdot \cos(0,3 \cdot t) \text{ mm} \end{cases}$$

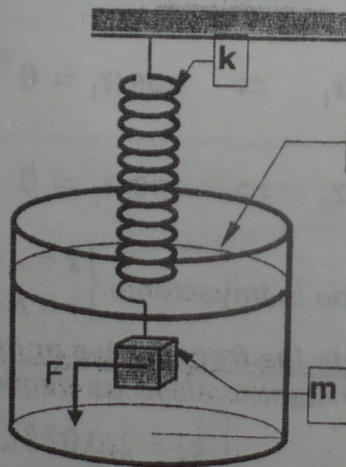
El gráfico de la trayectoria es otra curva de Lissajous como el que se muestra. Pero aquí, por no ser evidente, tenemos que pensar un poco acerca de cómo se produce el recorrido



del cuerpo. En este caso la curva representa la trayectoria de "ida" desde el punto de partida (5;5) hasta el punto (5;-5), donde "rebota" para realizar la trayectoria de "vuelta" hasta el punto inicial (5;5). Los sentidos del movimiento están representados por flechas.

Oscilaciones forzadas

58. En el sistema de la figura: $\begin{cases} m = 2 \text{ kg} \\ k = 7 \frac{\text{N}}{\text{m}} \end{cases}$ se aplica la fuerza periódica $F = 5 \text{ N} \cdot \sin(\omega \cdot t)$.



- a) Trazar el gráfico amplitud vs. ω para los siguientes valores de la constante de amortiguamiento λ :

$$\lambda_1 = 2 \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \quad \lambda_2 = 4 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$$

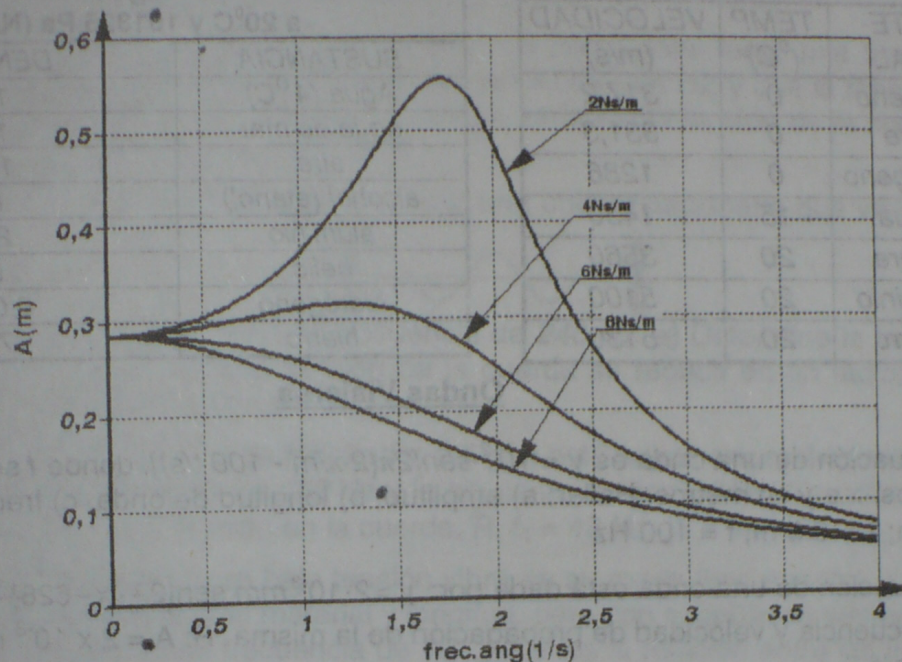
$$\lambda_3 = 6 \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \quad \lambda_4 = 8 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$$

- b) ¿Cuál debe ser la frecuencia de la fuerza aplicada para que el sistema sea resonante con cada uno de los valores dados de λ ?

Solución: a) la amplitud (A) de las oscilaciones de un sistema forzado y amortiguado está dada por:

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - k/m)^2 + \lambda^2 \omega^2/m^2}}$$

Su representación gráfica, mostrada abajo, se realizó con $0 \leq \omega \leq 8s^{-1}$.



b) la frecuencia de resonancia ω_A la calculamos por la expresión:

$$\omega_A = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\lambda^2}{2m^2}} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 2 \frac{Ns}{m} \Rightarrow \omega_A = \sqrt{3}s^{-1} \approx 1,73s^{-1} \\ \lambda_2 = 4 \frac{Ns}{m} \Rightarrow \omega_A = \sqrt{\frac{3}{2}}s^{-1} \approx 1,22s^{-1} \\ \lambda_3 = 6 \frac{Ns}{m} \Rightarrow \omega_A = \sqrt{-1}s^{-1} = \emptyset \\ \lambda_4 = 8 \frac{Ns}{m} \Rightarrow \omega_A = 3\sqrt{-\frac{1}{2}}s^{-1} = \emptyset \end{cases}$$

En los dos últimos casos no existe solución real a la ecuación, es decir, que el sistema no puede entrar en resonancia con ninguna fuerza aplicada dado el sobreamortiguamiento

$$(\lambda) \sqrt{2mk}).$$

UNIDAD 10: Ondas Mecánicas

VELOCIDAD DEL SONIDO		
MATERIAL	TEMP (°C)	VELOCIDAD (m/s)
oxígeno	0	317,2
aire	0	331,3
hidrógeno	0	1286
agua	15	1450
cobre	20	3560
aluminio	20	5100
hierro	20	5130

DENSIDAD DE ALGUNOS MATERIALES en kg/m³ a 20°C y 101325 Pa (N/m²)	
SUSTANCIA	DENSIDAD
Agua (4°C)	1000
agua de mar	1025
aire	1,293
alcohol (etanol)	806
aluminio	2700
helio	017
hidrógeno	0,08994
hierro	7960

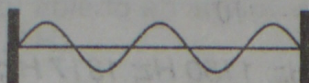
Ondas Viajeras

- 1) La ecuación de una onda es $y = 10^{-2} \cdot \sin[2\pi(2 \cdot x/m - 100 \cdot t/s)]$, donde t se mide en segundos, x e y en metros. Hallar: a) amplitud, b) longitud de onda, c) frecuencia. R: $A = 0.02$ m; $\lambda = 0.5$ m; $f = 100$ Hz
- 2) La ecuación de una onda está dada por: $y = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \cdot \sin(2 \frac{1}{m} \cdot x - 628 \frac{1}{s} \cdot t)$. Indicar amplitud, frecuencia y velocidad de propagación de la misma. R: $A = 2 \times 10^{-3}$ mm; $f = 100$ Hz; $v = 314$ m/s
- 3) La ecuación de una onda está dada por: $y = 10^{-3} \text{ mm} \cdot \sin(3 \frac{1}{m} \cdot x - 932 \frac{1}{s} \cdot t)$. Indicar la velocidad de propagación de la misma y la velocidad de la oscilación de una partícula en $x = 4$ m en el instante $t = T/2$. R: $v = 311$ m/s; $v_y = 0.5$ m/s
- 4) La ecuación de una onda progresiva en una cuerda está dada por $y = 6 \sin(0,02 \pi x + 4,0 \pi t)$ [cm; s]. Determinar: a) La amplitud. b) La longitud de onda. c) La velocidad de propagación. d) Sentido de propagación. e) Velocidad transversal máxima de una partícula de la cuerda. [Rta: a) $A = 6$ cm; b) $\lambda = 100$ cm, c) $v = 200$ cm/s; d) $-x$; e) $v_{\max} = 75$ cm/s]
- 5) La ecuación de una onda progresiva en una cuerda está dada por: $y = 2,3 \times 10^{-3} \sin(18,2 x - 588 t)$ [m; s]. Determinar: a) la amplitud b) frecuencia c) Velocidad de propagación d) velocidad transversal máxima de una partícula de la cuerda. [Rta: a) $A = 2.3 \times 10^{-3}$ m; b) $f = 93.6$ Hz; c) $v = 32.3$ m/s; d) $v_y = 1,35$ m/s].
- 6) Cuando interfieren dos ondas iguales que se desplazan en sentidos opuestos, ¿qué tipo de onda se forma y cuáles son sus características?

ONDAS ESTACIONARIAS

- 7) La ecuación de una onda transversal que viaja en una cuerda es: $y = 0,15 \sin(0,79 x - 13 t)$ [m; s]. (a) Escriba la ecuación de una onda que, cuando se suma a la dada, produciría ondas estacionarias en la cuerda; (b) ¿cuál es la elongación de la onda estacionaria resultante en ($x = 2,3$ m, $t = 0,16$ s)? [Rta.: $y = -0.14$ m]
- 8) La ecuación de una onda transversal que viaja en una cuerda es: $y = 10^{-3} \sin(0,7 x - 10 t)$ [m; s]. (a) Escriba la ecuación de una onda que, cuando se suma a la dada, produciría ondas estacionarias en la cuerda; (b) ¿cuál es la elongación de la onda estacionaria resultante en ($x = 2$ m, $t = 0,1$ s)? [Rta.: a) $y = 10^{-3} \sin(0,7 x + 10 t)$; b) $y = 1,06 \cdot 10^{-3}$]

- 9) Determinar cómo cambia la frecuencia fundamental de una cuerda cuando se duplica, a) la tensión, b) la masa por unidad de longitud. R: $f' = 0.141 f$; $f' = 0.707 f$
- 10) Calcular la tensión de una cuerda de masa 3 g y 60 cm de longitud si su frecuencia fundamental es 20 Hz. R: $T = 2.88 \text{ N}$
- 11) Las cuerdas de piano correspondientes a las notas de baja frecuencia tienen un alambre de cobre arrollado. Fundamentar el motivo.
- 12) Se supone que determinada nota de un piano debe tener una frecuencia de 231 Hz. Sin embargo, el afinador mide una frecuencia de 224 Hz, y que la tensión del alambre es de 723 N. El afinador corrige la frecuencia variando la tensión de la cuerda. ¿Cuál debe ser la nueva tensión? R: $T = 769 \text{ N}$
- 13) Una cuerda con extremos fijos tiene una onda estacionaria que vibra según el mo-



do indicado en la figura, con una frecuencia de 240 Hz. a) Determine la frecuencia fundamental de la cuerda. b) si la tensión de la cuerda se reduce en un factor 9, ¿cuál es la nueva frecuencia fundamental?

- 14) Una cuerda de 3 m de longitud y 2,5 g/m está sujeta por ambos extremos. Una de sus frecuencias naturales es 252 Hz y la siguiente es de 336 Hz. Calcular: a) La frecuencia fundamental. b) la tensión en la cuerda. R: $f_1 = 48 \text{ Hz}$; $T = 16 \text{ Hz}$

- 15) Una cuerda de acero bajo tensión vibra en su modo fundamental, a una frecuencia de f . Otra cuerda del mismo material y longitud, pero con el doble de diámetro, vibra en su modo fundamental a una frecuencia de $f/2$. ¿Cuál es la relación entre las tensiones de las dos cuerdas? R: $f_1 = 84 \text{ Hz}$; $T = 635 \text{ N}$

- 16) Una cuerda de 80 cm, fija en ambos extremos, oscila en su modo fundamental. El período de oscilación es 10^{-1} s , y la elongación en un punto ubicado a 20 cm de un extremo, en el instante $t = 0,02 \text{ s}$, es $y = 1 \text{ mm}$. Expresar $y = (x, t)$. [Rta.: $y = 4,58 \cdot 10^{-3} \sin(1,25\pi x) \cos(20\pi t) [m; s]$]

- 17) Una cuerda de acero bajo tensión vibra en su modo fundamental, a una frecuencia de 512 Hz. Otra cuerda del mismo material y longitud, pero con el doble de diámetro, vibra en su modo fundamental a una frecuencia de 256 Hz. ¿Cuál es la relación de las tensiones de las dos cuerdas? [Rta.: $\frac{T}{T'} = 1$]

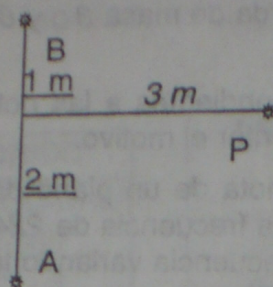
ACÚSTICA

- 18) ¿Por qué la intensidad de un eco es menor que la del sonido original?
- 19) ¿Qué evita que las ondas sonoras sean transversales en un medio gaseoso como el aire?
- 20) ¿Qué evita que las ondas sonoras sean transversales en un medio líquido como el agua?
- 21) ¿Qué diferencia de fase habrá entre las vibraciones de dos puntos que se encuentran respectivamente a la distancia de 8 y 16 m del centro de vibración? El período de la vibración es de 0,04 s y su velocidad de propagación de 300 m/s.

R: $f = 4\pi/3$

- 22) Una onda sonora sinusoidal de amplitud $A = 10 \text{ cm}$, y longitud de onda $\lambda = 3 \text{ m}$ se propaga en el aire ($v_s = 340 \text{ m/s}$); ¿cuál es la velocidad máxima de las oscilaciones? R: $v_{\text{max}} = 71.2 \text{ m/s}$

- 23) Dos altavoces A y B son alimentados por un mismo amplificador y emiten ondas armónicas en fase. Están dispuestos como indica el esquema de la figura: a) ¿Para qué



frecuencias producen interferencia constructiva en P?; b) ¿y destructivas?. Suponer $v_{\text{sonido}} = 340 \text{ m/s}$. [Rta.: a) $f_n = n \frac{340}{\sqrt{13} - \sqrt{10}} \text{ Hz}$; $f = 767 \text{ Hz}; 1534 \text{ Hz}; 2301 \text{ Hz}; \dots$ b)

$$f_n = (2n-1) \frac{340}{\sqrt{13} - \sqrt{10}} \text{ Hz}; f = 383 \text{ Hz}; 1150 \text{ Hz}; 1917 \text{ Hz}; \dots]$$

- 24) Una columna de soldados que marcha a 120 pasos por minuto se mantiene al paso con la música de una banda que encabeza la columna. Se observa que los hombres que van atrás de la columna dan el paso con el pie izquierdo cuando los de la banda los dan con el pie derecho. ¿Cuál es la longitud de la columna, aproximadamente?

INTENSIDAD SONORA Y SENSACIÓN AUDITIVA

- 25) Una fuente emite ondas esféricas (de igual intensidad en todas direcciones). Si la intensidad a 40 m de la fuente es de $2 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$, calcular su potencia.
- 26) Una fuente de sonido emite sonido en todas direcciones. ¿Cuál es la potencia de la fuente, si el nivel del sonido, medido a 2 m de la fuente, es de 40 db?. R: $P = 5 \times 10^{-7} \text{ W}$
- 27) Una fuente puntual produce ondas sonoras en todas direcciones, por lo tanto, no habiendo pérdidas de energía, la amplitud de elongación es: a) inversamente proporcional al cuadrado de la distancia desde la fuente, b) proporcional a la distancia, c) inversamente proporcional a dicha distancia, d) independiente de la distancia, e) ninguna de las anteriores. Justificar.
- 28) Usted está a una distancia d de una fuente sonora que emite en todas direcciones. Camina 51,4 m hacia la fuente y observa que la intensidad se ha duplicado. Calcule la distancia d .
- 29) Dos sonidos tienen niveles de 67 db y de 76 db, respectivamente, en un punto que se encuentra a igual distancia de ambas fuentes sonoras, a. a) ¿Cuál es la relación de la potencia de los dos sonidos?; b) ¿cuál es la relación entre las amplitudes de las ondas de presión que provocan?. R: $I_1/I_2 = 10^{0.9}$; $P_2/P_1 = 10^{0.45}$
- 30) El nivel de intensidad de un sonido es de 80 db. Hallar su intensidad. ($I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$). R: $I = 10^{-4} \text{ Watt/m}^2$
- 31) El sonido emitido por un parlante A, tiene 50 db más que el de otro parlante B. Encontrar la relación entre las intensidades sonoras de ambos parlantes. R: $I_1/I_2 = 10^5$
- 32) Para la siguiente proposición, indique qué opción es la correcta. Justifique adecuadamente. Cierta nivel de sonido se aumenta en 30 db adicionales. Su amplitud de presión aumenta en un factor igual a: a) 1000; b) 24, c) 9; d) 31,6; e) ninguna de las opciones anteriores es correcta. [Rta.: (d)]
- 33) Un receptor telefónico está junto a su oído derecho, y el sonido de la conversación tiene un nivel de 58 db. Al mismo tiempo llega a su oído izquierdo un grito de su hermana

a un nivel de 93 db. ¿Cuál es la relación entre las intensidades de los sonidos que llegan a sus oídos?

INSTRUMENTOS MUSICALES

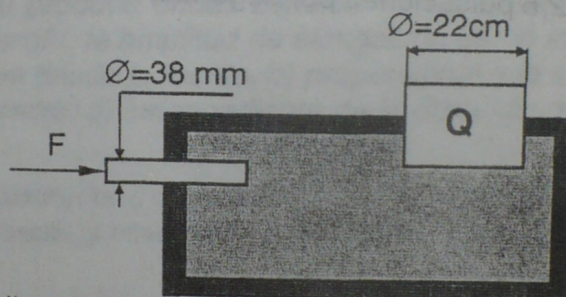
- ✓ 34) Un tubo de órgano abierto en un extremo y cerrado en el otro, tiene 30 cm de longitud. Para la primera armónica o fundamental: a) Indicar en un diagrama la posición de los nodos y vientres de elongación. b) Mostrar en otro diagrama la posición de los nodos y vientres de presión. c) Si la velocidad de propagación de la onda es de 340 m/s, hallar la frecuencia de la fundamental. R: $f_1 = 283$ Hz
- ✓ 35) Un tubo de órgano tiene 0,60 m de longitud. Hallar la frecuencia fundamental si el tubo es: a) abierto en un extremo; b) abierto en ambos extremos. La velocidad del sonido es 340 m/s. R: $f_1 = 283$ Hz; $f_1 = 141.7$ Hz
- ✓ 36) Un tubo de órgano, abierto en ambos extremos tiene 40 cm de longitud. Para la primera armónica o fundamental: a) Mostrar en un diagrama la posición de los nodos y los vientres de presión. b) Indicar en otro diagrama la posición de los nodos y vientres de elongación. c) Si la velocidad de propagación de la onda es de 340 m/s, hallar la frecuencia de la fundamental. R: $f_1 = 425$ Hz
- ✓ 37) Un tubo de órgano, cerrado en un extremo y abierto en el otro, en su primera armónica o fundamental, produce un sonido de 110 Hz. a) Hallar la frecuencia del sonido cuando vibra con su segunda armónica; b) para ambos modos, mostrar en un diagrama la posición de los nodos y vientres de presión; c) ídem de los nodos y vientres de elongación.
- 9 38) Una trompetista está afinando su instrumento tocando la nota *La* simultáneamente con el primer trompetista que tiene un tono perfecto de 440 Hz. ¿Cuáles son las posibles frecuencias si se oyen 2,6 pulsaciones por segundo.

UNIDAD 11: Hidrostática

PRESION EN UN FLUIDO. PRESION ABSOLUTA Y MANOMETRICA. UNIDADES Y CONVERSIONES:

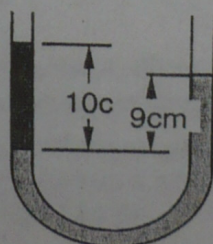
bar	N/m ² (Pa)	kN/m ² (kPa)	Mm Hg (0 °C) (torr)	m H ₂ O (mca) (4 °C)	kgf/cm ²	lbf/in ² PSI	atm (stan- dard)
1	1 x 10 ⁵	100	750,062	10,197 2	1,019 72	14,503 8	0,986 923
1,01325	101325	101,325	760	10,3323	1,03323	14,6959	1

- En un recipiente cerrado la presión absoluta en el gas contenido es de 3 atmósferas. Determinar la presión en metros de columna de agua de presión manométrica si en la lectura del barómetro es de 740 mm Hg. (Rta.: 20,96 mH₂O o mca)
- Determinar las alturas de columna de líquido equivalentes a 450 mm de Hg, en metros de queroseno ($\rho_r = 0,83$) y para el tetrabromuro de acetileno ($\rho_r = 2,94$). (Rta.: 7,37 m y 2,08 m respect.)
- La densidad del mercurio es $\rho_{Hg} = 13595 \frac{kg}{m^3}$. ¿Cuál es la altura de la columna de un barómetro de mercurio si la presión atmosférica es $p_0 = 100$ kPa?. (Rta.: 750 mm de Hg)
- La presión sobre la superficie de un lago es de 101 kPa (presión atmosférica local). ¿A qué profundidad la presión es el doble de dicha presión?. (Rta.: 10,3 m)
- Si la presión en la superficie de un recipiente que contiene mercurio es $p_0 = 1013$ hPa, ¿a qué profundidad la presión es $p = 2 \cdot p_0$?. (Rta.: 0,757 m).
- Determinar el peso "Q" que puede soportarse con la fuerza $F = 500$ N aplicada sobre



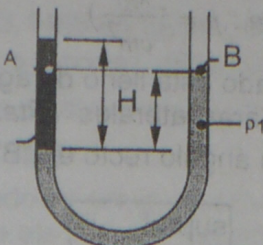
el pistón de la prensa hidráulica de la figura. (Rta.: $Q = 16759$ N)

- El émbolo grande de una **prensa hidráulica** tiene un diámetro de 20 cm. ¿Qué fuerza debe aplicarse al émbolo chico de 2 cm de diámetro para elevar un coche cuya masa es de 1200 kg?. (Rta.: $F = 117.6$ N)
- En el tubo de la figura se coloca agua en una rama y aceite (de menor densidad que el



agua) en la otra rama. ¿Cuál es la densidad del aceite?. (Rta.: $\rho_{ac} = 0,9 \frac{g}{cm^3}$)

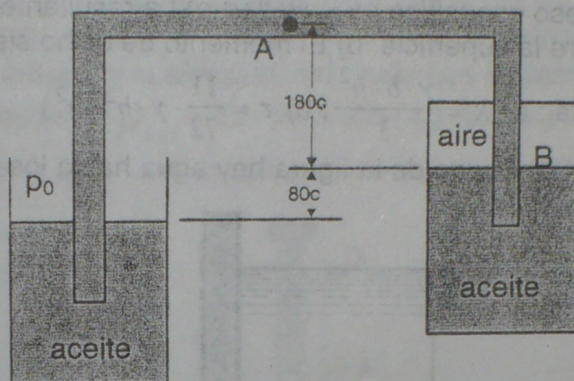
8. En un tubo en U, hay dos líquidos no miscibles (no se mezclan) de densidad ρ_1 y ρ_2 ,



con $\rho_1 > \rho_2$. Si el nivel del punto B, respecto de la superficie que separa en los líquidos es h (dato), hallar: a) H ; b) La presión en el punto A y compararla con la presión en el punto B. Considerar que hay presión atmosférica (p_0). (Rta: a) $H = (\rho_1 / \rho_2) h$; b) $p_A = p_0 + (\rho_1 - \rho_2)gh$)

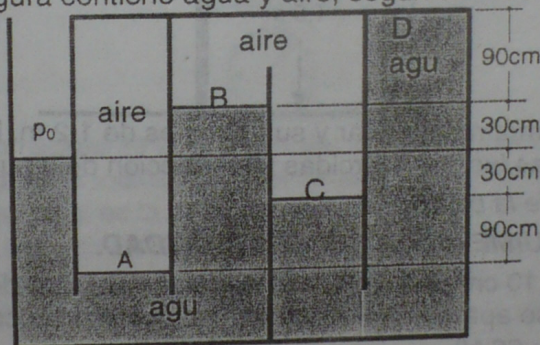
9. Un tubo en U abierto contiene mercurio. Cuando se agregan 13.6 cm de agua en la rama derecha, ¿cuánto se eleva el nivel de Hg en la rama izquierda a partir del nivel original? $\rho_{Hg} = 13.6 \text{ gr/cm}^3$. (Rta: 0.5 cm.)

10. El tubo de la figura está lleno de aceite cuya densidad relativa es $\rho_{rac} = 0,85$.



Determinar la presión en "A" y en "B" en m de columna de agua. (Rta.: $p_A = 8,12 \text{ m H}_2\text{O}$; $p_B = 9,65 \text{ m H}_2\text{O}$)

11. El recipiente de la figura contiene agua y aire, según se muestra. ¿Cuál es la presión



en A, B, C y D?

Solución:

$$p_A = p_0 + \gamma_{H_2O} \cdot 1,20 \text{ m} = 113097 \text{ Pa} = 1,12 \text{ atm}$$

$$p_B = p_0 - \gamma_{H_2O} \cdot 0,30 \text{ m} = 98382 \text{ Pa} = 0,97 \text{ atm}$$

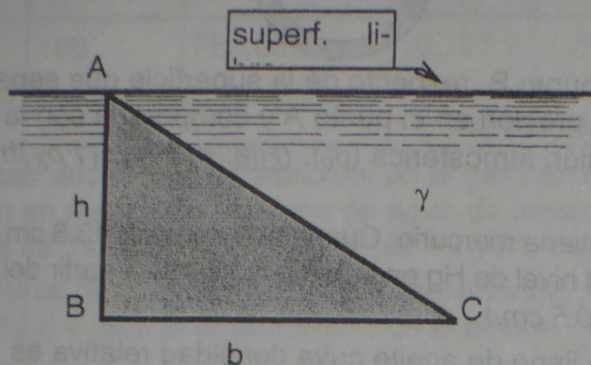
$$p_C = p_0 + \gamma_{H_2O} \cdot 0,30 \text{ m} = 104268 \text{ Pa} = 1,03 \text{ atm}$$

$$p_D = p_0 - \gamma_{H_2O} \cdot 1,20 \text{ m} = 89553 \text{ Pa} = 0,88 \text{ atm}$$

12. Calcular qué presión debe suministrar una bomba de alimentación de agua que ha de elevarse a una altura de 50 m. (Rta.: $p = 5 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$)

13. Un depósito cúbico de 3 m de lado está lleno de agua. Hallar la fuerza que se ejerce sobre el fondo y sobre una de las caras laterales (Rta.: 264600 N y 132300 N)

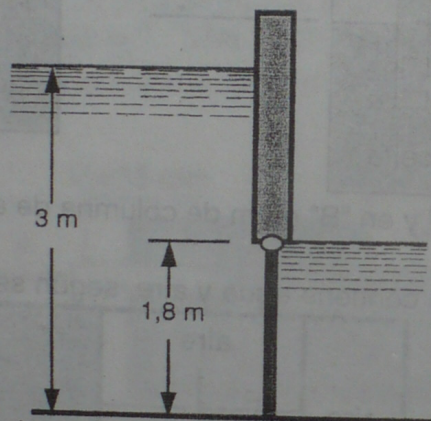
14. Una superficie triangular con un ángulo recto en "B" tiene un vértice en la superficie li-



bre de un líquido cuyo peso específico es γ . Hallar: a) La resultante del sistema de fuerzas que el líquido ejerce sobre la superficie. b) El momento de dicho sistema de fuerzas con

respecto al lado \overline{AB} . (Rta.: a) $R = \frac{\gamma \cdot b \cdot h^2}{3}$; b) $\tau = \frac{11}{72} \cdot \gamma \cdot b^2 \cdot h^2$)

15. A ambos lados de la compuerta de la figura hay agua hasta los niveles indicados. Si



dicha compuerta tiene forma rectangular y su ancho es de 1,2 m, hallar el valor y la posición de la resultante de las fuerzas ejercidas por la acción del agua sobre la compuerta. (Rta.: 25400 N a 0,9 m de la base)

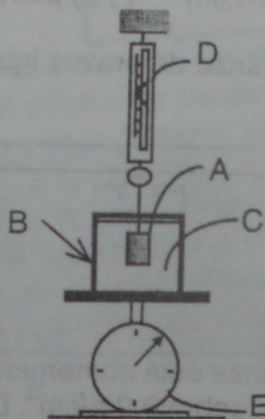
▪ PRINCIPIO DE ARQUIMEDES. EMPUJE. DENSIDAD.

16. Un cubo de metal de 10 cm de arista tiene un peso aparente de 68,6 N al sumergirlo en agua. Calcular su peso aparente cuando se lo sumerge en glicerina, cuya densidad relativa es $\rho_r = 1,26$. (Rta.: 66 N)

17. Un cajón rectangular de madera de 60 kg. flota en H_2O . Al agregar un peso de 50 Kg. se hunde 3 cm más en el agua. Calcular: a) El volumen de H_2O que desplaza el cajón al ser apoyado vacío en el agua; b) El área de la sección transversal del cajón. $\rho_{\text{Agua}} = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ Kg/cm}^3$. (Rta: a) $0,036 \text{ m}^3$ b) $16,66 \text{ m}^2$)

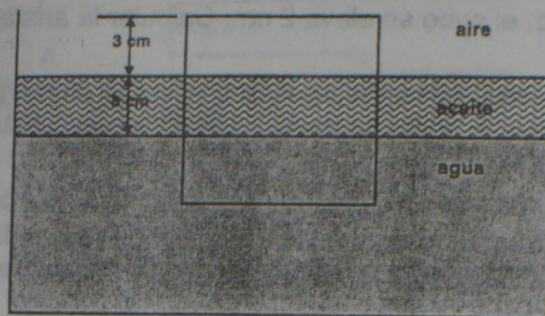
18. Un globo tiene un volumen de 1000 m^3 . Hallar su fuerza ascensional cuando se lo llena con gas helio, cuya densidad es $\rho_{\text{He}} = 0,18 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. La densidad del aire es $\rho_{\text{aire}} = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. (Rta.: $F = 10880 \text{ N}$)

19. Una pieza de aleación de aluminio pesa 5 N en aire, 3 N en agua y 3,2 N en benceno. Calcular la densidad relativa de la aleación y del benceno. (Rta.: $\rho_{rel.aluminio}=2,5$; $\rho_{rel.benceno}=0,90$)
20. Un resorte pesa 3,572 en aire y 3,1468 en agua. ¿De qué aleación, bronce ($\rho_r = 8,8$) o latón ($\rho_r = 8,4$), está construido dicho resorte?. (Rta.: latón)
21. Hallar la fracción de volumen que se sumergirá al flotar en mercurio ($\rho_{r-Hg} = 13,6$) un trozo de cuarzo ($\rho_r = 2,65$). (Rta.: 0,195)
22. Sobre un cubo de madera, flotando en agua, se coloca un bloque cuya masa es de 200 g. Al retirar el bloque, el cubo se eleva 2 cm. Calcular la arista de dicho cubo. (Rta.: 10 cm)
23. Un trozo de corcho pesa 0,5 N en el aire. Otro trozo de plomo pesa 8,6 N en el agua. El corcho se une al plomo y el conjunto pesa 7,1 N en agua. Calcular la densidad relativa del corcho. (Rta.: $\rho_r = 0,25$)
24. Un hombre y una piedra están en una balsa que flota en una piscina de 10 m de largo por 7 m de ancho. La piedra tiene una masa de 35 kg y su densidad relativa es $\rho_r=2,5$. Si arroja la piedra fuera de la borda, ¿en cuánto cambiará el nivel de agua de la piscina?. (Rta.: desciende 0,3mm)
25. Un trozo de una aleación de aluminio y oro tiene una masa de 5 kg. Al sumergirlo en agua suspendido de un dinamómetro, la lectura de la escala indica 4 kg. Hallar las masas respectivas de oro y aluminio de la aleación, sabiendo que la densidad relativa del oro es $\rho_{Au} = 19,3$ y la del aluminio es $\rho_{rAl} = 2,5$. (Rta.: 2,87 kg de oro y 2,13 kg de Aluminio)
26. El bloque A de la figura está suspendido en un dinamómetro D y sumergido en un líquido C contenido en un recipiente B. El peso del recipiente vacío es de 2N, el peso del líquido es de 3N. La balanza E indica 15N y el dinamómetro D indica 5N. El volumen del bloque A es de 0,1 m³. a) Cuál es la densidad del líquido C?; b) Qué medirán las balanzas D y E si el bloque A se saca del líquido?. (Rta.: a) $\rho_C=10 \text{ Kg/m}^3$; b) $D= 15N$ $E= 5N$)

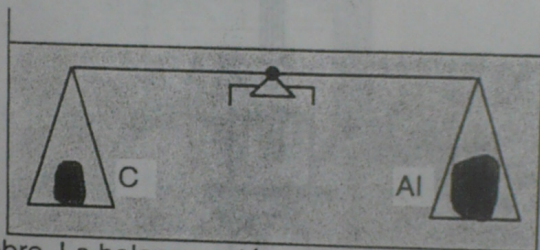


27. Dos tubos iguales contienen, uno, aceite de oliva hasta 50 cm de altura, y el otro agua hasta 46 cm de altura. El peso de ambos es el mismo. Hallar la densidad del aceite de oliva. (Rta.: 0,92 g/cm³)
28. El ácido de una batería eléctrica tiene una densidad relativa de 1,285 y la solución contiene el 38% en peso de SO_4H_2 en agua. Calcular el peso de SO_4H_2 en un litro de solución. (Rta.: 488 g)
29. Un trozo de hielo flota en un recipiente con agua. Determine que sucede con el nivel de agua en las diferentes situaciones:
- a) Al derretirse el hielo, el nivel de agua ¿sube, baja o permanece constante?.

- b) El trozo de hielo contiene una burbuja de aire. Al derretirse el hielo, el nivel de agua, ¿sube, baja o permanece constante?
- c) El trozo de hielo contiene una esferita de plomo. Al derretirse el hielo, el nivel de agua, ¿sube, baja o permanece constante?
- d) El trozo de hielo contiene un corcho. Al derretirse el hielo, el nivel de agua, ¿sube, baja o permanece constante?
- (Rta.: a) cte. ; b) baja; c) baja; d) cte.)

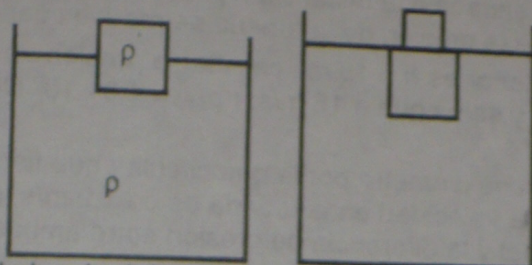


30. Un bloque cúbico de madera, de 8 cm de lado y densidad $\rho = 0,5 \frac{g}{cm^3}$ flota en un recipiente con agua. Se hecha en el agua un aceite de densidad ρ_{AC} hasta que la capa superior de la capa de aceite queda 3 cm por debajo de la cara superior del bloque. El espesor de la capa de aceite es de 3 cm. Determinar: a) la densidad del aceite. b) La presión en la cara inferior del cubo. (Rta.: a) $\rho_{AC} = 0,667 \frac{g}{cm^3}$; b) $p = 101723 \text{ pa}$)
31. En uno de los platillos de una balanza de brazos iguales se colocan 54 g de aluminio y



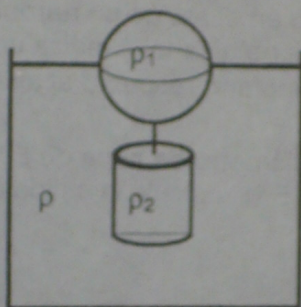
- en el otro un trozo de cobre. La balanza está sumergida en agua y en equilibrio. La densidad del aluminio es $2,7 g/cm^3$ y la del cobre $9,0 g/cm^3$. Determinar el volumen del trozo de cobre. (Rta.: $V_c = 4,25 cm^3$)
32. Un corcho flota con la mitad sumergida en un recipiente con agua en reposo. ¿El corcho se hundirá más o menos si el recipiente se acelera hacia arriba? (Rta.: el corcho emerge más cuando está acelerado que cuando está en reposo).

33. En la figura un cubo de arista "a" y densidad " ρ' ", flota en un líquido de densidad ρ , de



modo que está sumergida la mitad de su volumen. Otro cubo de igual densidad ρ' , se apoya sobre el anterior y se observa que este último se sumerge al ras del líquido, es decir su cara superior queda fija en la superficie de separación aire - líquido como indica la figura. Bajo estas condiciones hallar: a) El peso del bloque superior; b) ρ' ; c) La arista b del bloque superior.

34. En la figura una esfera de volumen V_1 no especificado y densidad ρ_1 flota en un líqui-



do de densidad ρ , de modo que se sumerge la mitad de su volumen, estando atada por una cuerda inextensible a un cilindro de densidad ρ_2 de volumen V_2 , no especificado. Si $\rho_1 = \rho/2$, hallar: a) T (esfuerzo en la cuerda); b) ρ_2 ; c) Los volúmenes V_1 y V_2 que satisfacen este equilibrio.

35. Una nave espacial de radio R (platillo volador) se mantiene rotando en el espacio con el objeto de crear una fuerza "gravitatoria" artificial. Si la nave gira con velocidad angular ω , hallar la expresión de la presión hidrostática y del empuje, para un fluido de densidad ρ ubicado a una distancia $r < R$ del centro de rotación. ¿Qué dirección y sentido tendrá el empuje?. ¿Qué aplicaciones podrías encontrar a estos resultados?

HIDRODINÁMICA

1. Una manguera de agua de 2 cm de diámetro se utiliza para llenar un recipiente de 20 litros. Si tarda 60 s para llenar, calcular el valor de la velocidad de salida del agua de la manguera. [Rta.: 1,06 m/s]

2. Se practica un orificio circular de 2,5 cm de diámetro en la pared lateral de un gran depósito de agua, y a 6 m debajo del nivel del agua. Calcular: a) la velocidad de salida; b) el gasto. Se desprecia la contracción en la salida. [Rta.: a) 10,8 m/s b) $5,32 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$]

3. Un fluido incompresible fluye por una tubería horizontal que tiene un estrechamiento. Demostrar que la presión es menor en el estrechamiento.

4. Una corriente de aire ($\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$) fluye horizontalmente por las alas de una avioneta, de forma que la velocidad es de 70 m/s en la parte superior y de 50 m/s en la parte inferior. Si la avioneta tiene una masa de 700 kg y una superficie de 9 m^2 ¿cuál es la fuerza neta que actúa sobre ambas alas?. [Rta.: $6,10 \times 10^3 \text{ N}$]

5. Un gran depósito de agua elevado puede vaciarse mediante una tubería vertical que cuenta con una válvula situada a la distancia h por debajo de la superficie del agua del depósito. Demostrar que la presión de la tubería se reduce cuando la válvula se abre.
6. Si en el problema anterior es $h = 15 \text{ m}$, calcular la presión en la válvula a) si está cerrada, b) si está abierta y sale agua a 16 m/s . ($p_{\text{atm}} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$). [Rta.: a) $2,48 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ b) $1,20 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$]
7. Una tubería de 15 cm de diámetro por la que circula agua tiene un estrechamiento de $7,5 \text{ cm}$ de diámetro. Si la velocidad en la tubería es de $1,2 \text{ m/s}$, calcular la velocidad en el estrechamiento, el caudal y la diferencia de presión entre ambas secciones. [Rta.: $4,80 \text{ m/s}$ $21,2 \text{ dm}^3/\text{s}$ $10,8 \text{ kN/m}^2$]
8. El nivel de agua de un tanque elevado de 3 m de diámetro está a 30 m del suelo, de donde se descarga agua mediante una cañería que cuenta con una válvula de salida de $2,54 \text{ cm}$ de diámetro, en el suelo. Si el agua fluye a razón de $2,5 \text{ dm}^3/\text{s}$, a) ¿cuál es la presión en la válvula? b) Si hay una válvula de $1,27 \text{ cm}$ de diámetro a $7,2 \text{ m}$ sobre el nivel del suelo, ¿cuál será la velocidad del flujo y la presión en ella?. [Rta.: a) $4,03 \times 10^5 \text{ Pa}$ b) $19,7 \text{ m/s}$ $1,49 \times 10^5 \text{ Pa}$]
9. Un tubo de Pitot está montado en el ala de un aeroplano para determinar su velocidad con relación al aire. El tubo contiene alcohol e indica una diferencia de nivel de $26,2 \text{ cm}$. ¿Cuál es la velocidad del aeroplano respecto al aire?. ($\rho_{\text{aire}} = 1,29 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{alcohol}} = 810 \text{ kg/m}^3$). [Rta.: $57,1 \text{ m/s}$]
10. Un aerogenerador tiene un diámetro de aspa de 80 m . Si la velocidad del viento es de 10 m/s , con un rendimiento del 15% , calcule la salida de potencia. [Rta.: $0,45 \text{ MW}$]